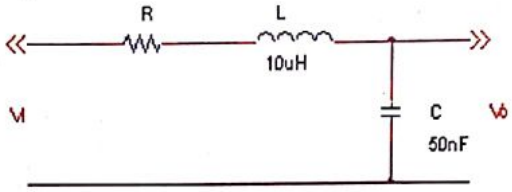
FUNDAMENTOS DE INSTRUMENTACIÓN ELECTRÓNICA

FILTROS ANALÓGICOS

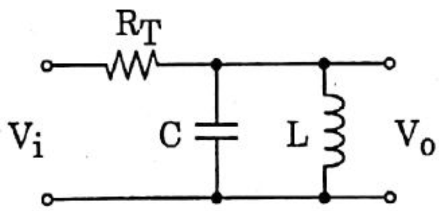
1. Dibujar los diagramas de Bode correspondientes a los sistemas descritos por las siguientes funciones de transferencia

$$G(s) = \frac{5 \cdot 10^4\, s}{s^2+505\, s+2500} \qquad G(s) = \frac{200\,(s+20)}{s(2s+1)(s+40)}$$

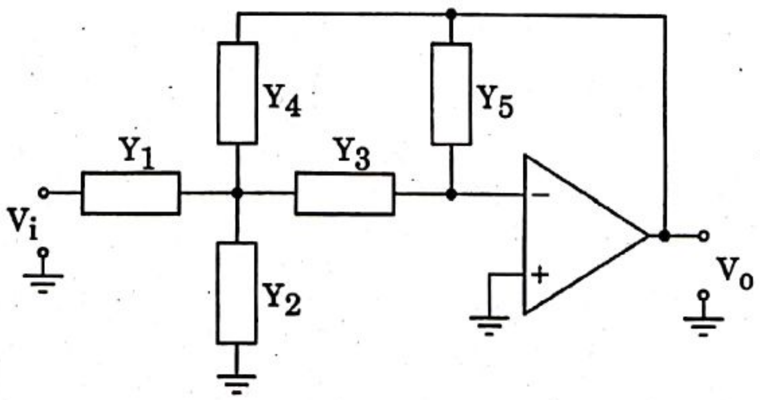
2. Obtener la función de transferencia y construir el diagrama de Bode del circuito de la figura considerando un valor de 10 Ω para la resistencia. ¿Cómo se modifica el comportamiento del circuito si la resistencia tuviese un valor de 1 KΩ? Dibujar el diagrama de Bode del nuevo sistema.



3. El circuito de la figura representa un filtro pasa banda pasivo. Obtener su función de transferencia e indicar los valores de ω_o y Q correspondientes al término cuadrático que implementa. ¿Cuál su ganancia?



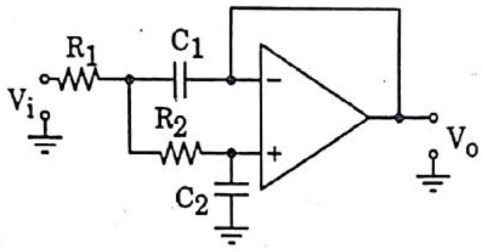
4. Obtener la función de transferencia general del circuito con ganancia infinita y realimentación múltiple (filtro MFB) suponiendo que el amplificador operacional es ideal.

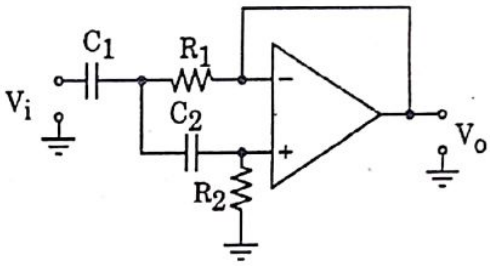


SOLUCIÓN:

$$G(s) = -\frac{Y_1Y_3}{Y_5(Y_1+Y_2+Y_3+Y_4)+Y_3Y_4}.$$

5. Encontrar las funciones de transferencia de los siguientes circuitos. ¿A qué tipo de filtro corresponde cada uno? Encontrar los parámetros H_0, ω_0 y Q. Sugerencia: puesto que la topología de los circuitos es la misma, resolverlo usando admitancias y posteriormente particularizar el resultado para cada circuito.

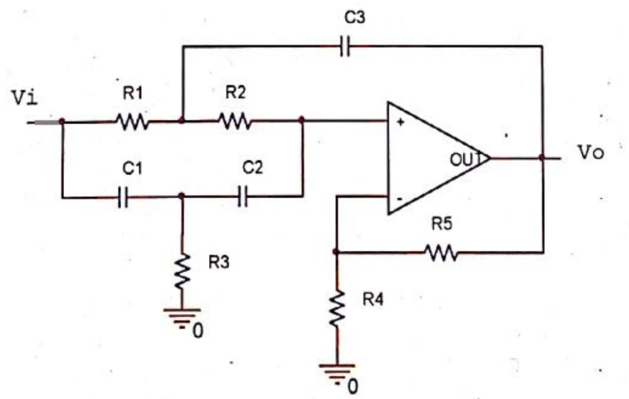




SOLUCIÓN:

$$G_1(s) = \frac{\dfrac{1}{R_1R_2C_1C_2}}{s^2 + \dfrac{R_1+R_2}{R_1R_2C_1}s + \dfrac{1}{R_1R_2C_1C_2}} \qquad G_2(s) = \frac{s^2}{s^2 + \dfrac{C_1+C_2}{R_2C_1C_2}s + \dfrac{1}{R_1R_2C_1C_2}}$$

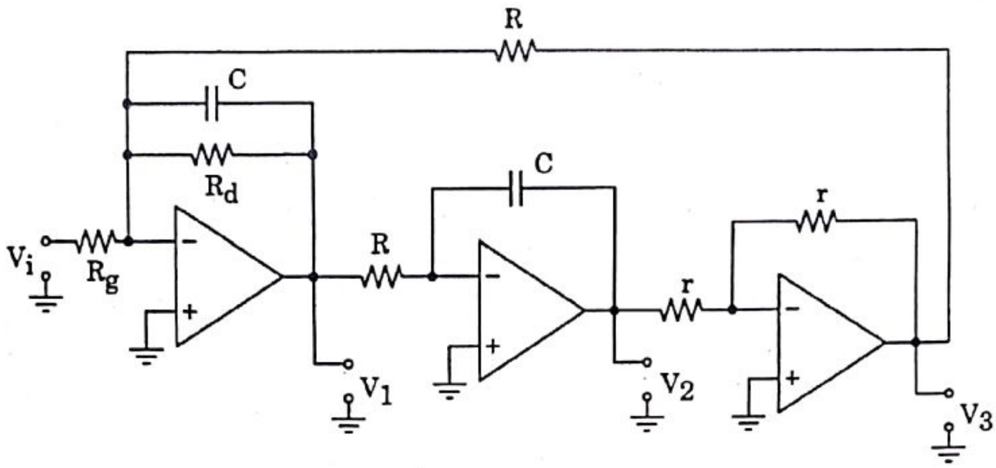
6. Encontrar la función de transferencia del circuito de la figura. ¿Qué término implementa? Encontrar sus parámetros. Considerar los siguientes relaciones para los valores de resistencias y condensadores: $R_1=R_2=R$, $R_3= R/2$, $C_1=C_2=C$, $C_3=2C$ y $k = (1+R_5/R_4)$.



SOLUCIÓN:

$$G_1(s) = k\frac{s^2 + \dfrac{1}{R^2C^2}}{s^2 + \dfrac{4-2k}{RC}s + \dfrac{1}{R^2C^2}}$$

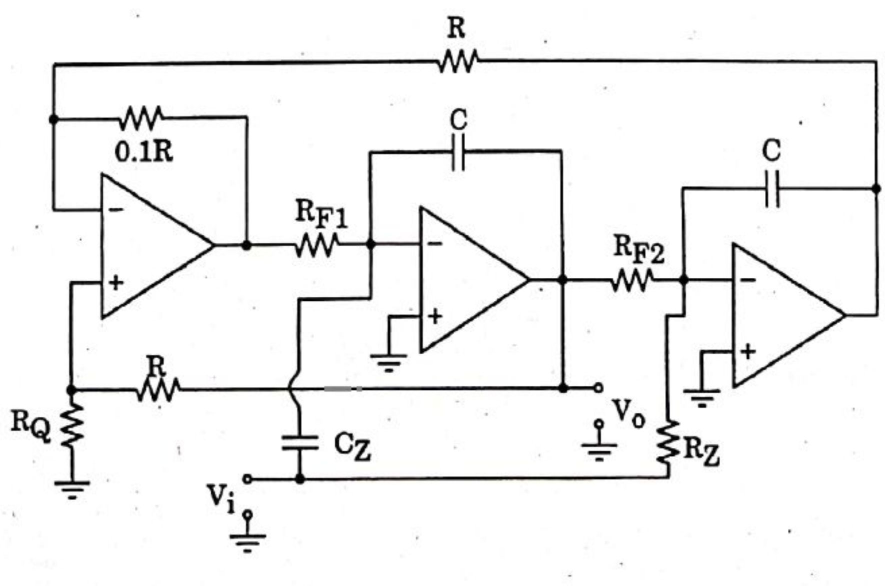
7. El circuito de la figura se conoce como filtro bicuadrático o filtro de Tow-Thomas. ¿Qué términos implementamos en cada una de sus salidas? Representar de forma esquemática sus diagramas de Bode de amplitudes para los siguientes valores de componentes: C = 100 nF, $R = R_g = 1{,}59\ K\Omega$ y $R_d = 4{,}77\ K\Omega$.



SOLUCIÓN:

$$G_1(s) = \frac{-\frac{1}{R_g C}s}{s^2 + \frac{1}{R_d C}s + \frac{1}{R^2C^2}} \qquad G_2(s) = \frac{\frac{1}{R_g R C^2}}{s^2 + \frac{1}{R_d C}s + \frac{1}{R^2C^2}} \qquad G_3(s) = -G_2(s)$$

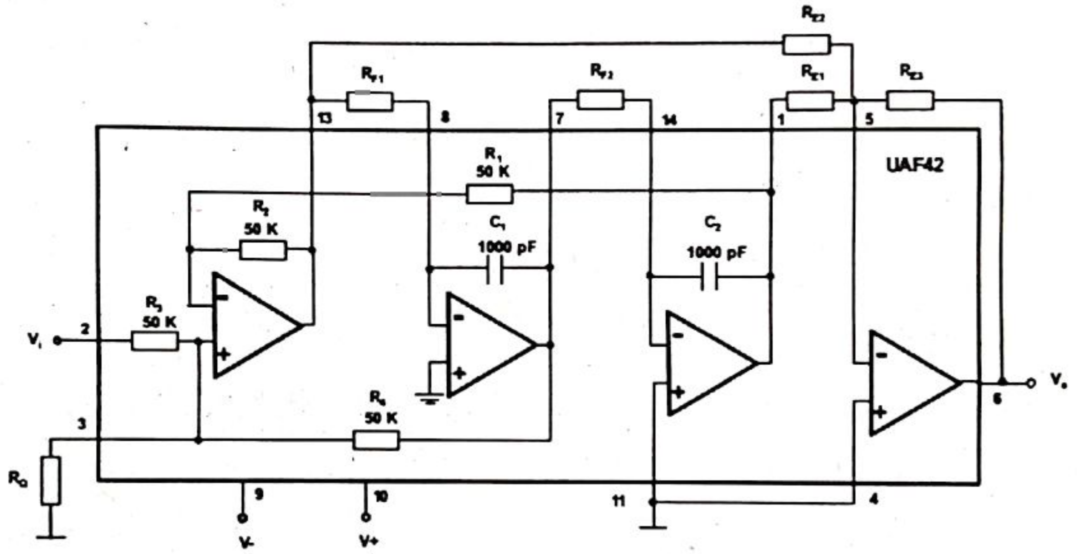
8. El circuito de la figura constituye una implementación, mediante variables de estado, de funciones de segundo orden. ¿Qué función implementa? Obtener la expresión de todos los parámetros significativos. Esbozar el diagrama de Bode para lo siguientes valores de componentes: $R_{F1} = R_{F2} = R_Z = R = 10\ K\Omega$, $R_Q = 296\ \Omega$ y $C = C_Z = 100$ nF.



SOLUCIÓN:

$$G(s) = -\frac{\frac{C_z}{C}s^2 + \frac{0.1}{R_{F1}R_z C^2}}{s^2 + \frac{1.1R_Q}{(R+R_Q)R_{F1}C}s + \frac{0.1}{R_{F1}R_{F2}C^2}}$$

9. El circuito de la figura muestra la implementación de un término cuadrático usando el circuito integrado UAF42. ¿Qué función estamos implementando si tomamos la salida en el *pin* 6? Obtener la función de transferencia y los parámetros del filtro implementado si consideramos que $R_1=R_2=R_3=R_4=R=50$ KΩ y que $C_1=C_2=C=1$ nF, tal como aparece en el esquema mostrado, y que $R_{f1}=R_{f2}=R_f=3{,}18$ MΩ, $R_Q=1{,}04$ KΩ, $R_{Z1}=R_{Z2}=R_Z=2{,}08$ KΩ y $R_{Z3}=52{,}08$ KΩ. ¿Cuál es el ancho de banda del filtro implementado y su ganancia en la banda pasante?

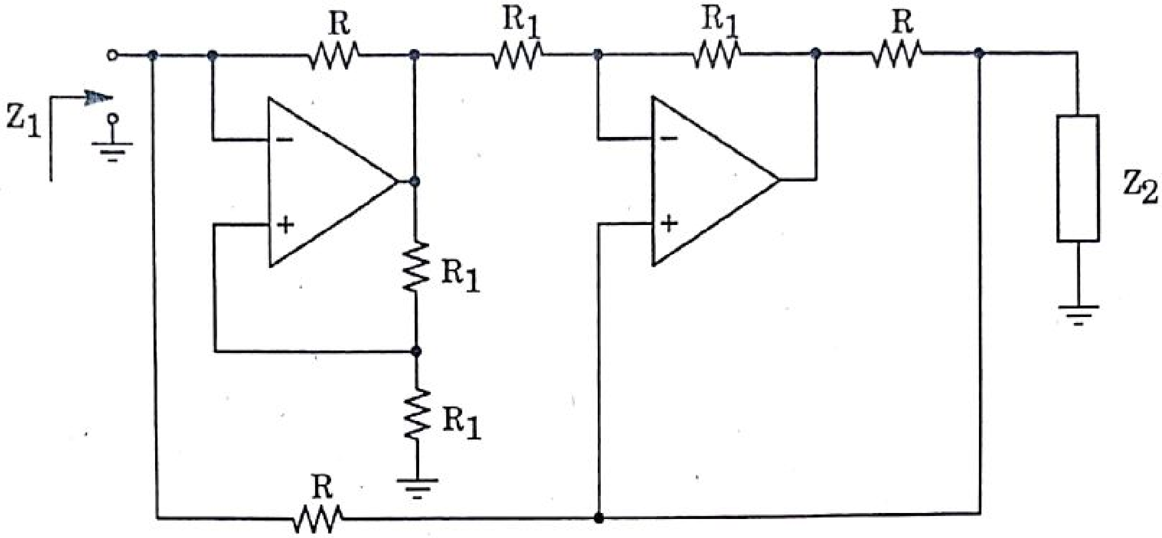


SOLUCIÓN:

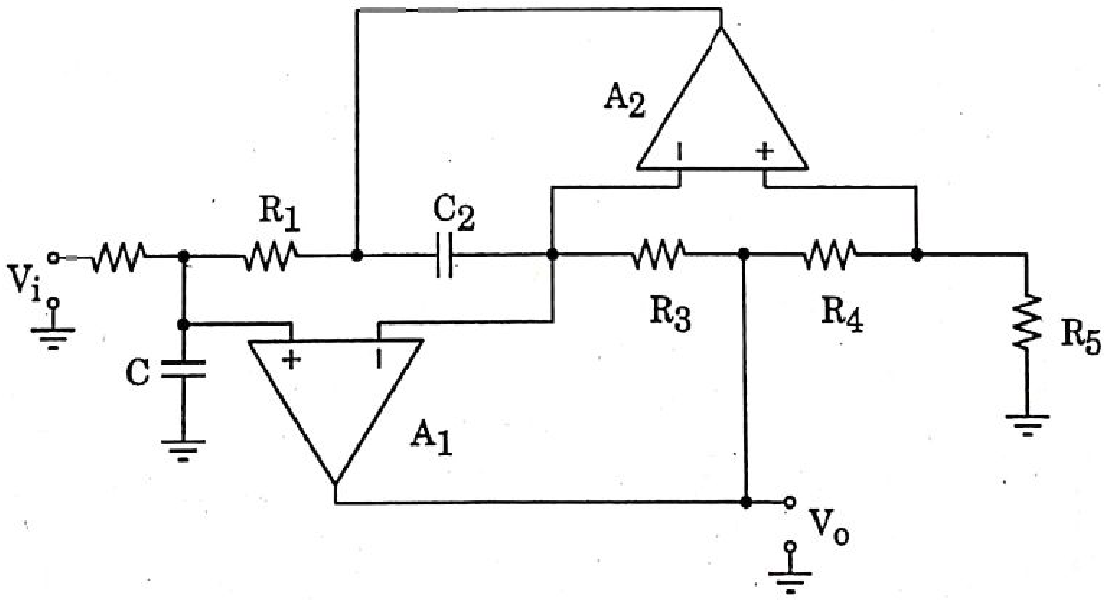
$$G_6(s) = -\left(\frac{R_{Z3}}{R_Z}\frac{2R_Q}{R+2R_Q}\right)\frac{s^2 + \frac{1}{R_F^2C^2}}{s^2 + \frac{2R_Q}{R+2R_Q}\frac{1}{R_FC}s + \frac{1}{R_F^2C^2}}$$

$$f_0 = f_n = 50Hz \qquad BW_{stop} \approx 2Hz \qquad H_0 = 1$$

10. El circuito de la figura simula una impedancia Z_1 proporcional al recíproco de Z_2. Mostrar que $Z_1 = {R^2}/{Z_2}$. Este circuito "girador" pude simular entonces una autoinducción haciendo que Z_2 sea una capacidad. Usando este circuito y partiendo del circuito pasivo del problema 3, diseñar un término pasa banda de segundo orden con $f_0 = 1\ KHz$ y $Q = 10$. ¿Cuál es la ganancia del circuito?



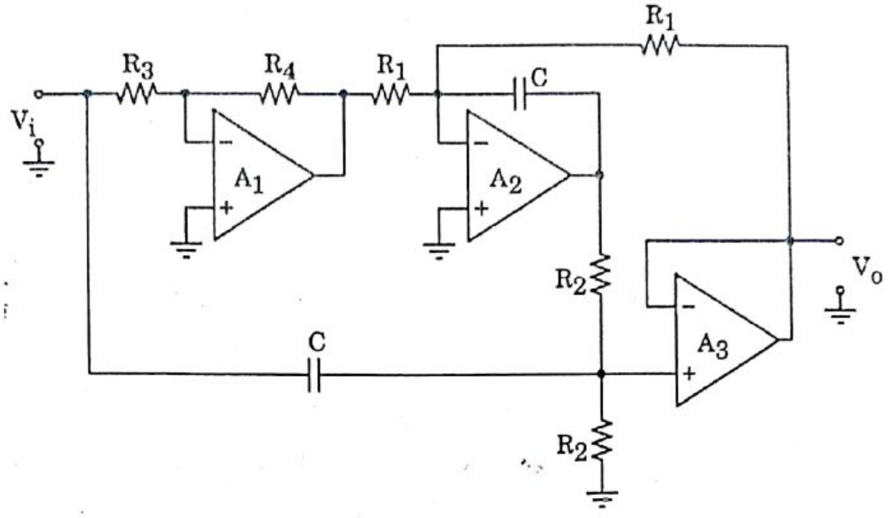
11. Calcular la función de transferencia del circuito de la figura y encontrar los parámetros H_0, ω_0 y Q. Sugerencia: usar los resultados del problema 10 del boletín de problemas sobre amplificadores operacionales (circuito de Antoniou para realizar una autoinducción) y los del problema 3 de este boletín.



SOLUCIÓN:

$$G(s) = \frac{\left(1+\frac{R_4}{R_5}\right)\frac{1}{RC}s}{s^2+\frac{1}{RC}s+\frac{1}{CL}} \qquad \text{con} \qquad L = \frac{C_2 R_1 R_3 R_5}{R_4}$$

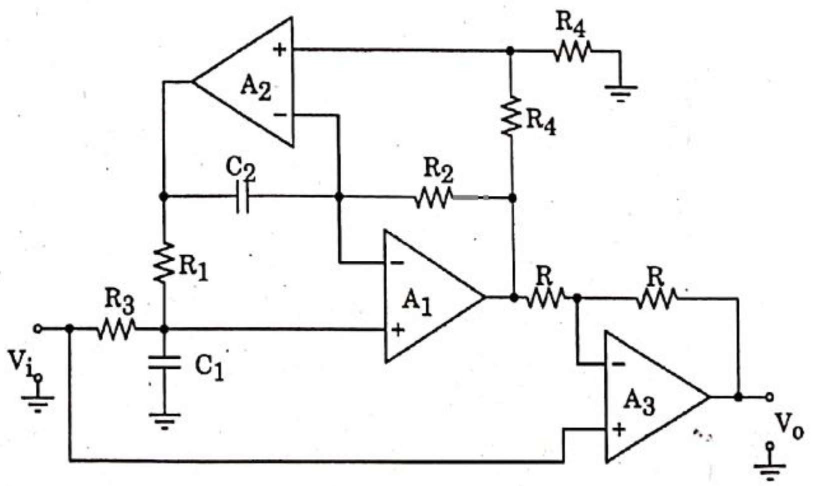
12. ¿Qué función implementa el circuito de la figura? Identificar sus parámetros.



SOLUCIÓN:

$$G(s) = \frac{s^2 + \frac{R_4}{R_1 R_2 R_3 C^2}}{s^2 + \frac{2}{R_2 C} S + \frac{1}{R_1 R_2 C^2}}$$

13. Mostrar que el circuito de la figura implementa una función banda eliminada. Especificar los valores de los componentes para eliminar una frecuencia de 120 Hz con Q = 20. Mostrar que si tomamos la salida del circuito en la salida del amplificador A_1 entonces implementamos un término pasa banda (problema 11). Analizando el circuito observamos que estamos implementando un término banda eliminada realizando la función $G(s)_{BS} = 1 - G(s)_{BP}$. ¿Cómo tendríamos que modificar el circuito para poder generar un término pasa todo ("all-pass") con ganancia de 20 dB?



SOLUCIÓN:

$$G(s) = \frac{v_0}{v_i} = 2\frac{s^2 + \frac{1}{C_1 C_2 R_1 R_2}}{s^2 + \frac{1}{R_3 C_1} s + \frac{1}{C_1 C_2 R_1 R_2}} \quad ; \quad G(s)_{AP} = 1 - 2G(s)_{BP}$$

1 Debuxar os diagramas de Bode correspondentes aos sistemas descritos polas seguintes funcións de transferencia:

$$G(s) = \frac{5\cdot 10^4 s}{s^2 + 505s + 2500}$$

- As raíces do numerador serán os ceros da función de transferencia:

$$5\cdot 10^4 s = 0 \Rightarrow \boxed{s = 0}$$

- As raíces do denominador serán os polos de $G(s)$:

$$s^2 + 505s + 2500 = 0$$

$$s = \frac{-505 \pm \sqrt{505^2 - 4\cdot 2500}}{2} = \left\{ \boxed{\begin{array}{l} s_1 = -5 \\ s_2 = -500 \end{array}} \right.$$

Desta forma podemos expresar a función de transferencia da forma:

$$G(s) = \frac{5\cdot 10^4 s}{(s+5)(s+500)}$$

Para construír o diagrama de Bode debemos normalizar $G(s)$

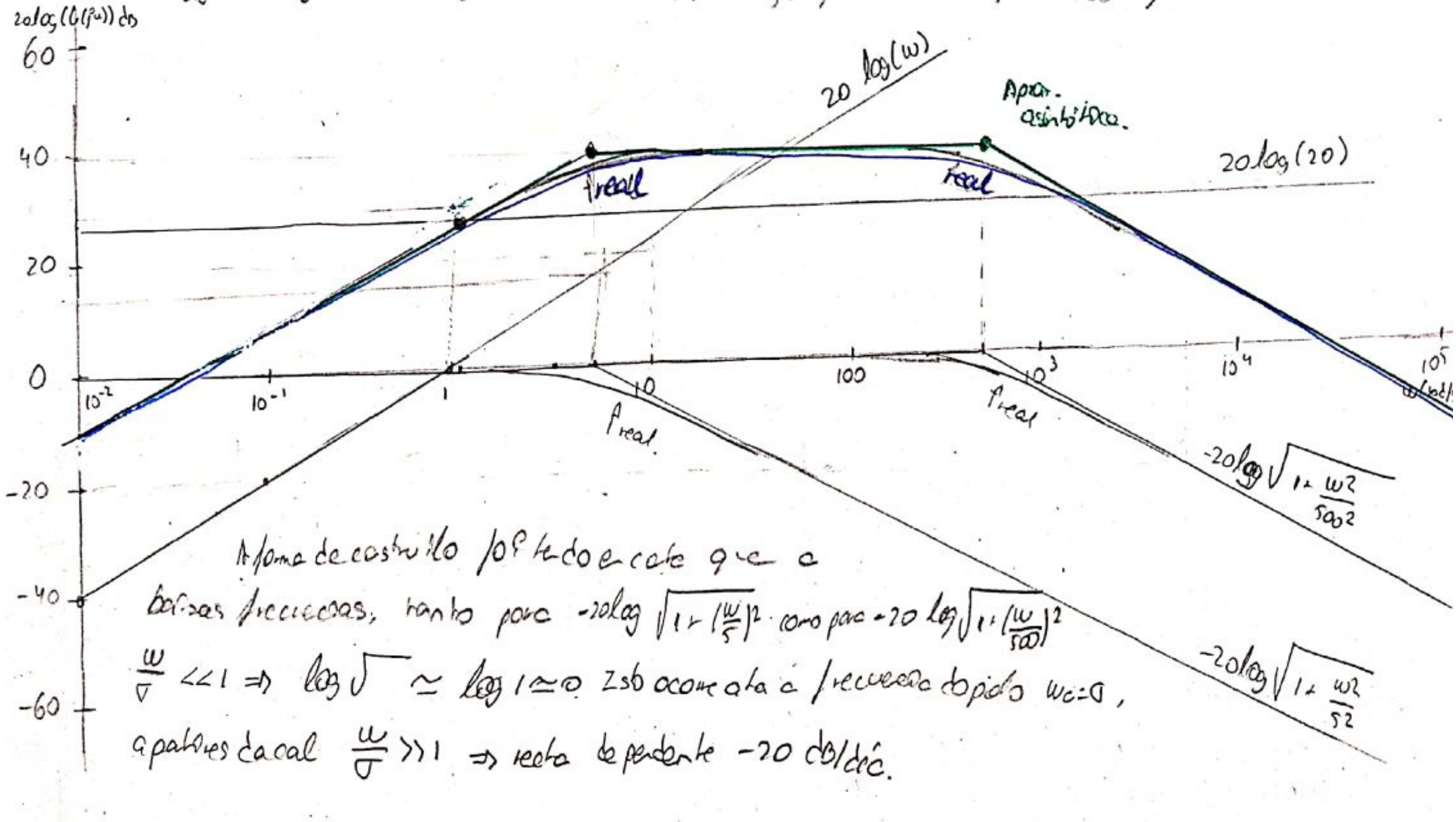
$$G(s) = \frac{\cancel{5}\cdot 10^4}{\cancel{5}\cdot 500} \frac{s}{(1+s/5)(1+s/500)} = 20\frac{s}{(1+s/5)(1+s/500)}$$

Expresado agora no dominio das frecuencias:

$$G(j\omega) = 20\frac{j\omega}{(1+j\omega/5)(1+j\omega/500)} \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} \omega_z = 0 \text{ rad/s.} \\ \omega_{p_1} = 5 \text{ rad/s} \\ \omega_{p_2} = 500 \text{ rad/s.} \end{array} \right.$$

Construimos o diagrama de Bode de amplitude:

$$|G(j\omega)|_{dB} = 20\log(20) + 20\log(\omega) - 20\log\left(\sqrt{1+\frac{\omega^2}{5^2}}\right) - 20\log\left(\sqrt{1+\frac{\omega^2}{500^2}}\right)$$



A forma de construílo foi tendo en conta que a baixas frecuencias, tanto para $-20\log\sqrt{1+(\frac{\omega}{5})^2}$ como para $-20\log\sqrt{1+(\frac{\omega}{500})^2}$

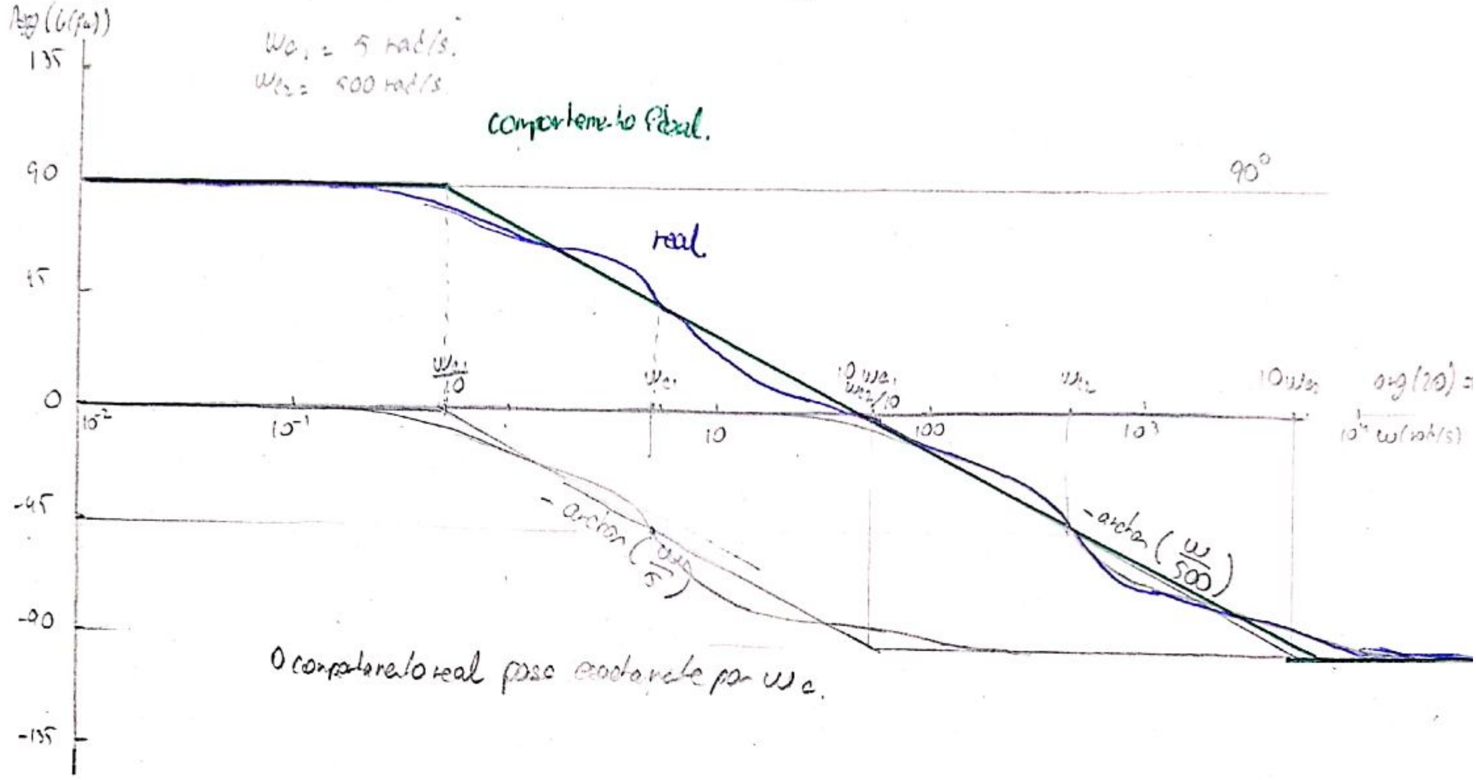
$\frac{\omega}{\sigma} \ll 1 \Rightarrow \log\sqrt{\ } \simeq \log 1 \simeq 0$ isto ocorre ata a frecuencia do polo $\omega_c = \sigma$,

a partir da cal $\frac{\omega}{\sigma} \gg 1 \Rightarrow$ recta de pendente -20 dB/déc.

O diagrama de Bode de fases:

$$arg[G(j\omega)] = arg(20) + arg(j\omega) - arg\left(1 + j\frac{\omega}{5}\right) - arg\left(1 + j\frac{\omega}{500}\right)$$

$$arg[G(j\omega)] = 0 + 90^\circ - arctg\left(\frac{\omega}{5}\right) - arctg\left(\frac{\omega}{500}\right)$$



Para construir o diagrama de fases, a aproximação assintótica correspondente será:

1. A frequências mais baixas, recta em 0° até uma década por debaixo de ω_c.
2. $\omega_c \Rightarrow \theta = \pm n 45^\circ$
3. A frequências mais altas, recta a $\pm 90^\circ$ a partir duma década por cima de ω_c.

caso polos complexos conjugados

. Os polos e zeros na origem correspondem a uma constante tal que $Arg(j\omega)^{\pm n} = \pm n.90^\circ$

$$G(s) = \frac{200(s+20)}{s(2s+1)(s+40)}$$

. As raízes do numerador serão os zeros:

$s+20=0 \Rightarrow \boxed{s_z = -20}$

. As raízes do denominador serão os polos:

$$s(2s+1)(s+40) = 0 \Rightarrow \boxed{\begin{array}{l} s_{p1} = 0 \\ s_{p2} = -1/2 \\ s_{p3} = -40 \end{array}}$$

. Normalizemos $G(s)$:

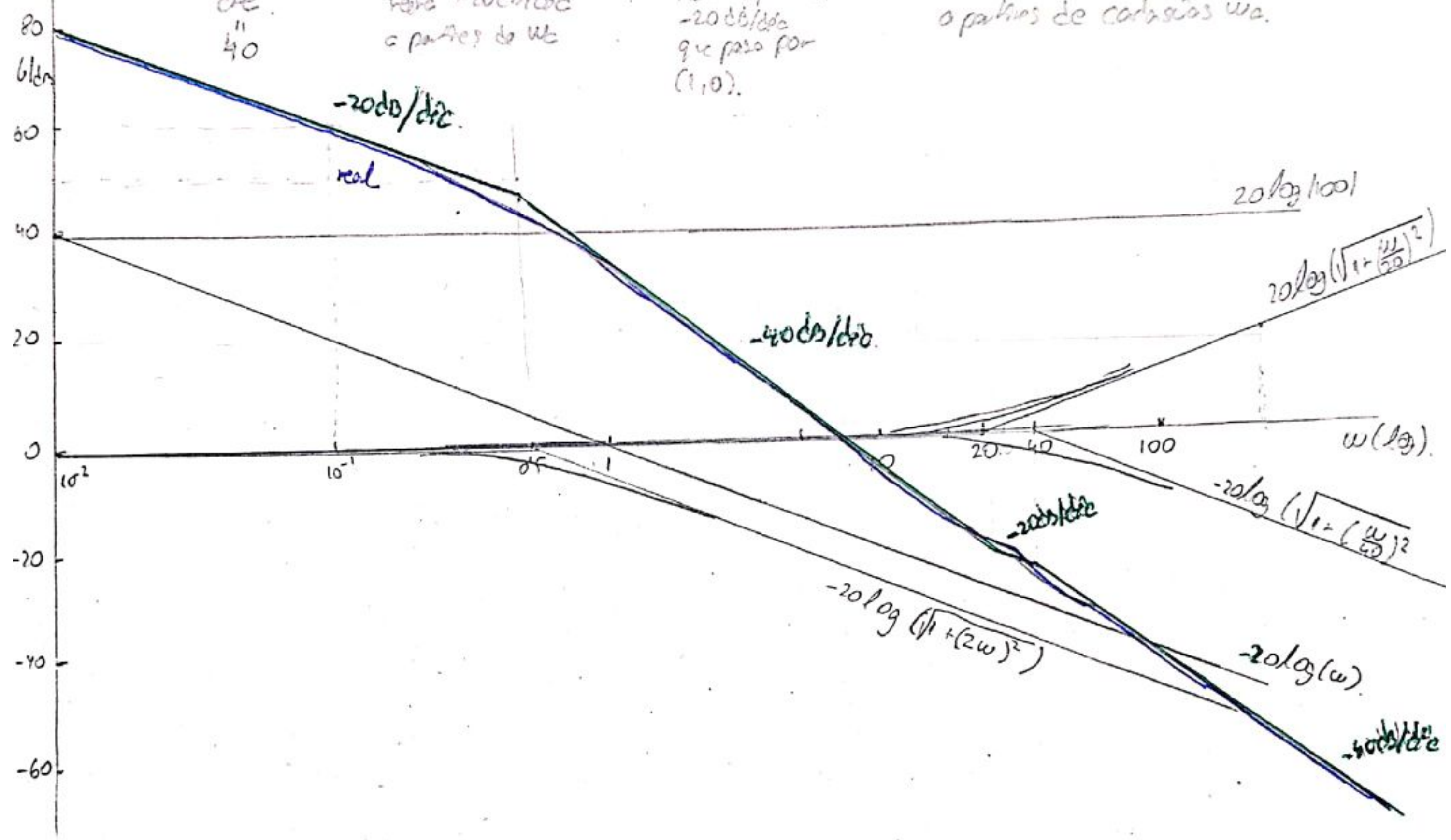
$$G(s) = \frac{200(s+20)}{s(2s+1)(s+40)} = \frac{200\cdot 20}{40}\,\frac{(1+s/20)}{s(1+2s)(1+s/40)} = 100\,\frac{(1+s/20)}{s(1+2s)(1+s/40)}$$

Expresando este resultado no dominio das frecuencias:

$$G(j\omega) = 100 \; \frac{\left(1+\frac{j\omega}{20}\right)}{j\omega\left(1+2j\omega\right)\left(1+\frac{j\omega}{40}\right)} \Rightarrow \begin{cases} \omega_z = 20 \text{ rad/s} \\ \omega_{p_1} = 0 \text{ rad/s} \\ \omega_{p_2} = 0'5 \text{ rad/s} \\ \omega_{p_3} = 40 \text{ rad/s} \end{cases}$$

Construimos o Bode de amplitudes:

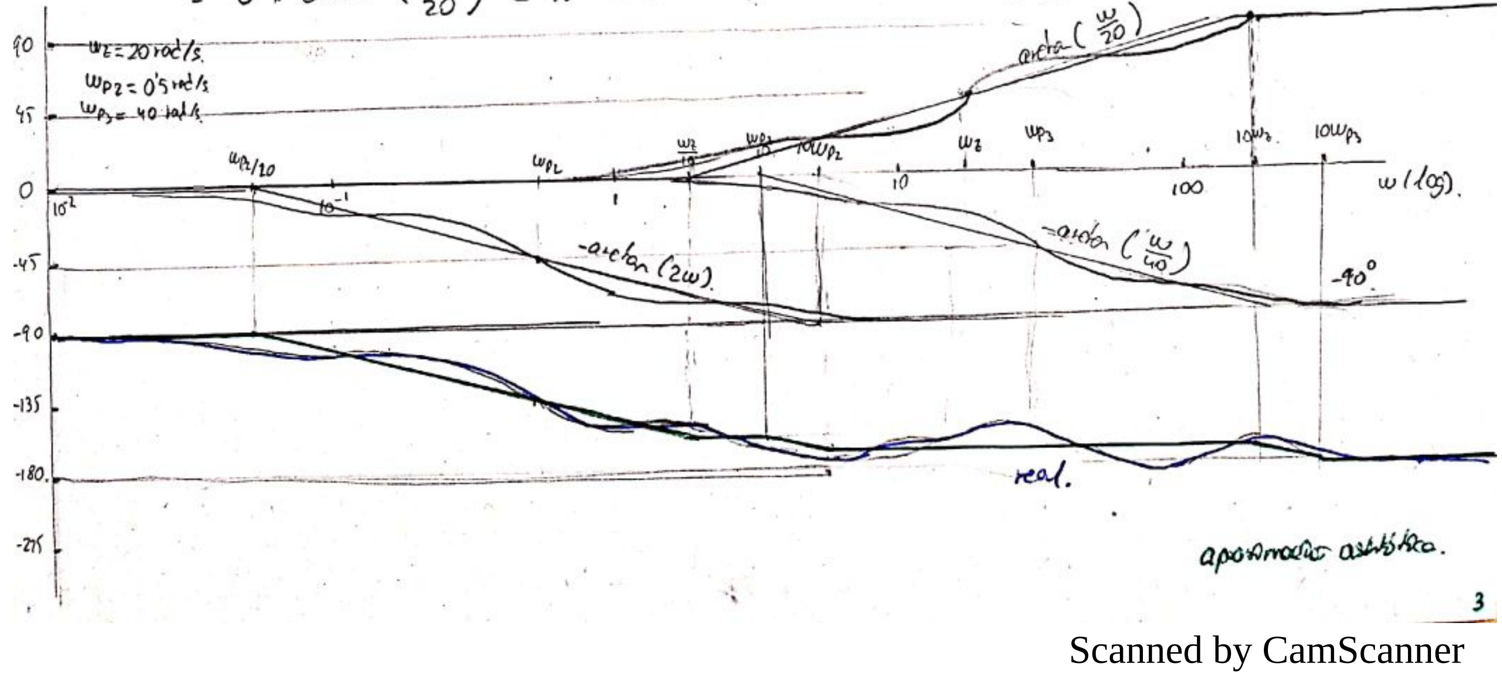
$$|G(j\omega)|_{dB} = \underbrace{20\log(100)}_{\text{dc} = 40} + \underbrace{20\log\left(\sqrt{1+\left(\frac{\omega}{20}\right)^2}\right)}_{\text{recta } +20\text{dB/déc a partir de } \omega_z} - \underbrace{20\log(\omega)}_{\text{recta de pendente } -20\text{dB/déc que pasa por } (1,0)} - \underbrace{20\log\left(\sqrt{1+(2\omega)^2}\right) - 20\log\left(\sqrt{1+\left(\frac{\omega}{40}\right)^2}\right)}_{\text{rectas de pendente } -20\text{ dB/déc a partir de cada un dos } \omega_p}$$



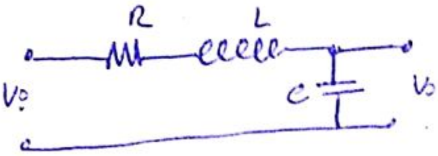
Construimos agora o diagrama de Bode de fases:

$$\arg[G(j\omega)] = \arg(100) + \arg\left(1+\frac{j\omega}{20}\right) - \arg(j\omega) - \arg(1+2j\omega) - \arg\left(1+\frac{j\omega}{40}\right) =$$

$$= 0 + \arctan\left(\frac{\omega}{20}\right) - 90^\circ - \arctan(2\omega) - \arctan\left(\frac{\omega}{40}\right)$$



2 Obter a función de transferencia e construír o diagrama de Bode do circuito da figura considerando un valor de 10Ω para a resistencia. Como se modifica o comportamento do circuito se a resistencia fose un valor de 1KΩ? Debuxar o diagrama de Bode do novo sistema.



$Z_R = R \qquad Z_L = L\cdot s \qquad Z_C = \frac{1}{C\cdot s}$

$G(s) = \frac{V_o(s)}{V_i(s)}$

$R = \begin{cases} 10\Omega \\ 1K\Omega \end{cases} \quad L = 10\mu H \quad C = 50nF$

$\frac{V_i - V_o}{Z_R + Z_L} = \frac{V_o - 0}{Z_C} \Rightarrow V_o\left(\frac{1}{Z_C} + \frac{1}{Z_R + Z_L}\right) = \frac{V_i}{Z_R + Z_L}$

$G(s) = \frac{V_o}{V_i} = \frac{1}{Z_R + Z_L} \cdot \frac{1}{\frac{1}{Z_C} + \frac{1}{Z_R + Z_L}} = \frac{1}{R + L\cdot s} \cdot \frac{1}{Cs + \frac{1}{R + L\cdot s}} = \frac{1}{R + Ls} \cdot \frac{1}{\frac{Cs(R+Ls)+1}{R+Ls}}$

$\boxed{G(s) = \frac{1}{Cs(R+Ls)+1} = \frac{1}{CLs^2 + CsR + 1} = \frac{1/CL}{s^2 + \frac{R}{L}s + \frac{1}{CL}}}$ ⇒ Filtro paso baixo

$G(s) = \frac{a_0}{s^2 + \frac{\omega_0}{Q}s + \omega_0^2}$

a) $R = 10\Omega$, $L = 10\cdot 10^{-6} H$, $C = 50\cdot 10^{-9} F$ ⇒ $\boxed{G(s)} = \frac{1/(50\cdot 10^{-9}\cdot 10\cdot 10^{-6})}{s^2 + \frac{10}{10\cdot 10^{-6}}s + \frac{1}{10\cdot 10^{-6}\cdot 50\cdot 10^{-9}}} = \boxed{\frac{2\cdot 10^{12}}{s^2 + 10^6 s + 2\cdot 10^{12}}}$

Identificando temos co filtro cuadrático paso baixo:

$\omega_0^2 = 2\cdot 10^{12} \Rightarrow \boxed{\omega_0 = \sqrt{2}\, 10^6 \, rad/s.}$ ≡ Frecuencia natural dos polos (temos dous polos complexos conxugados)

$\frac{\omega_0}{Q} = 10^6 \Rightarrow Q = \frac{\omega_0}{10^6} = \sqrt{2} > 0'707 \Rightarrow$ hai pico de resonancia

$a_0 = H_0\omega_0^2 \Rightarrow \boxed{H_0} = \frac{a_0}{\omega_0^2} = \frac{1/CL}{1/CL} = \boxed{1}$

Expresado $G(s)$ no plano de frecuencias:

$\boxed{G(s)} = \frac{H_0\omega_0^2}{-\omega^2 + j\frac{\omega_0\omega}{Q} + \omega_0^2} = \boxed{\frac{H_0}{\left(1 - \left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2\right) + j\frac{\omega}{\omega_0 Q}}}$

$\Rightarrow 20\log(H_0) = 0$

O Bode de amplitudes:

$|G(j\omega)|_{dB} = -20\log\left(\sqrt{\left(1 - \left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2\right)^2 + \left(\frac{\omega}{\omega_0 Q}\right)^2}\right) + 20\log(H_0)$

Terá dous comportamentos asintóticos (sen ter en conta o comportamento cte de $20\log(H_0)$)

$\frac{\omega}{\omega_0} \ll 1 \Rightarrow |G(j\omega)|_{dB} \simeq -20\log(1) = 0$

$\frac{\omega}{\omega_0} \gg 1 \Rightarrow \boxed{|G(j\omega)|_{dB} \simeq -20\log\sqrt{\left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^4} = -40\log\left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)}$ ⇒ pendente de -40 dB/déc

Para obter a frecuencia á que se obtén o pico de resonancia, aplicamos a condición de extremo:

$$\frac{d\,(|G(j\omega)|)}{d\omega} = \frac{-20}{\sqrt{\left(1-\left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2\right)^2+\left(\frac{\omega}{\omega_0 Q}\right)^2}} \cdot \frac{1}{2\sqrt{\left(1-\left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2\right)^2+\left(\frac{\omega}{\omega_0 Q}\right)^2}} \cdot \left[2\left(1-\left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2\right)\frac{-2\omega}{\omega_0^2}+\frac{2\omega}{\omega_0^2 Q^2}\right]=0$$

$$\Rightarrow 2\left(1-\left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2\right)\frac{-2\omega}{\omega_0^2}+\frac{2\omega}{\omega_0^2Q^2}=0 \Rightarrow -2+2\,\frac{\omega^2}{\omega_0^2}+\frac{1}{Q^2}=0$$

$$2\frac{\omega^2}{\omega_0^2} = 2-\frac{1}{Q^2} \Rightarrow \omega_{max}^2=\omega_0^2\left(1-\frac{1}{2Q^2}\right)$$

$$\Rightarrow \boxed{\omega_{max}=\omega_0\sqrt{1-1/2Q^2}} \Rightarrow \boxed{\omega_{max}=\sqrt{2}\cdot 10^6\sqrt{1-\frac{1}{2\cdot 2}}=\sqrt{\frac{2}{3}}\cdot 10^6 \text{ rad/s}}$$

Amplitude máxima no pico de resonancia:

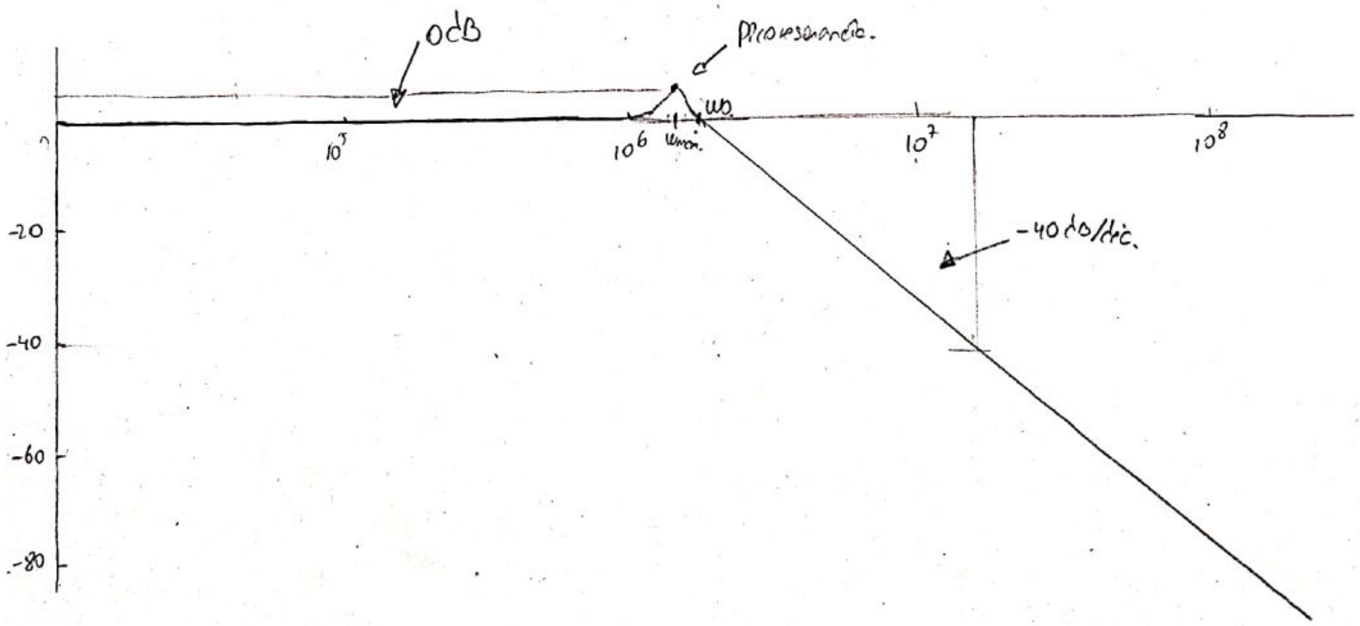
$$20\log|G(j\omega_{max})| = -20\log\sqrt{\left(1-\left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2\right)^2+\left(\frac{\omega}{\omega_0Q}\right)^2} \underset{\omega_{max}=\omega_0\sqrt{1-1/2Q^2}}{=} -20\log\sqrt{\left(1-1+\frac{1}{2Q^2}\right)^2+\left(\frac{\sqrt{1-1/2Q^2}}{Q}\right)^2}=$$

$$=-20\log\sqrt{\frac{1}{4Q^4}+\frac{1-1/2Q^2}{Q^2}}=-20\log\sqrt{\frac{1}{4Q^4}+\frac{1}{Q^2}-\frac{1}{2Q^4}}=-20\log\sqrt{\frac{1}{Q^2}-\frac{1}{4Q^4}}=-20\log\left[\frac{\sqrt{1-1/4Q^2}}{Q}\right]$$

$$\Rightarrow 20\log|G(j\omega_{max})| = -20\log\frac{\sqrt{1-1/4Q^2}}{Q} \Rightarrow \boxed{|G(j\omega_{max})|=\frac{Q}{\sqrt{1-1/4Q^2}}}$$

$$\text{Así, } \boxed{|G(j\omega_{max})| = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{1-1/4\cdot 2}} = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{1-1/8}} = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{\frac{7}{8}}} = \frac{4}{\sqrt{7}}}$$

$$\text{en dB} \Rightarrow \boxed{20\log|G(j\omega_{max})| = 20\log\left(\frac{4}{\sqrt{7}}\right) = 3'59\text{ dB}}$$



O diagrama de Bode de fases:

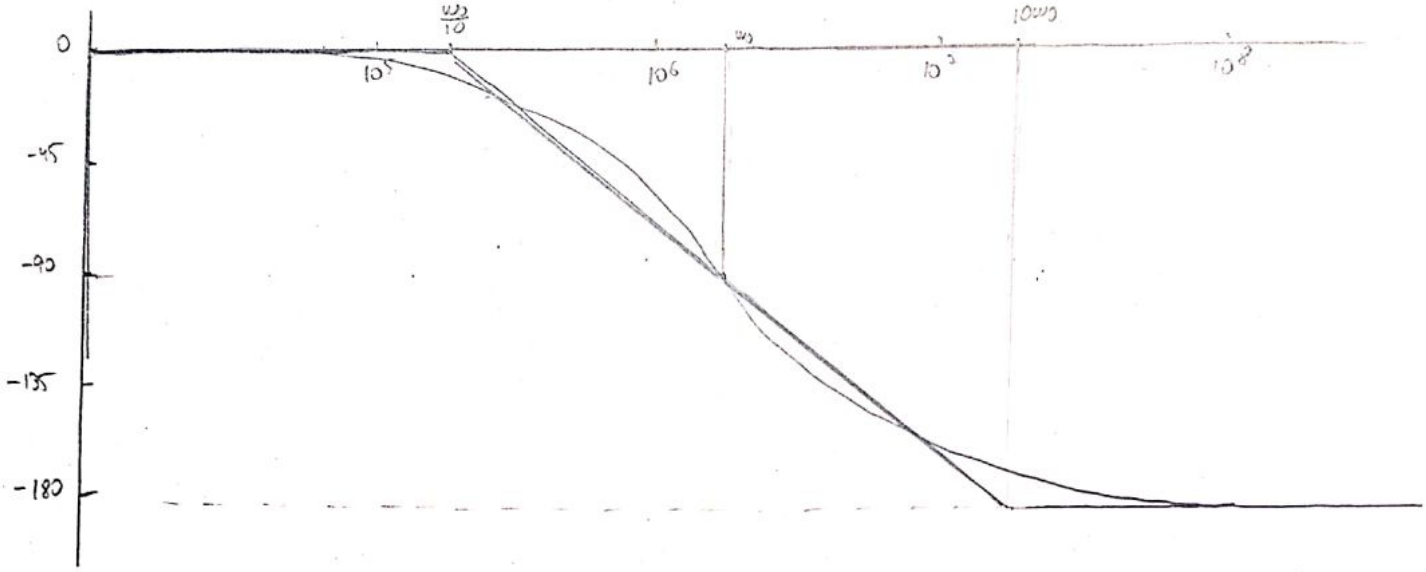
$$Arg\left(G(j\omega)\right) = -\arctan\left[\frac{\frac{\omega}{\omega_0 Q}}{1-\left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2}\right]$$

Os comportamentos asintóticos:

$\rightarrow \frac{\omega}{\omega_0} \ll 1 \Rightarrow Arg\left(G(j\omega)\right) = -\arctan(0) = \underline{\underline{0}}$

$\rightarrow \frac{\omega}{\omega_0} \gg 1 \Rightarrow Arg\left(G(j\omega)\right) = -\arctan\left[\frac{\frac{\omega}{\omega_0 Q}}{\left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2}\right] = -\arctan\left(\frac{\omega_0}{\omega Q}\right) = \underline{\underline{-180^\circ}}$

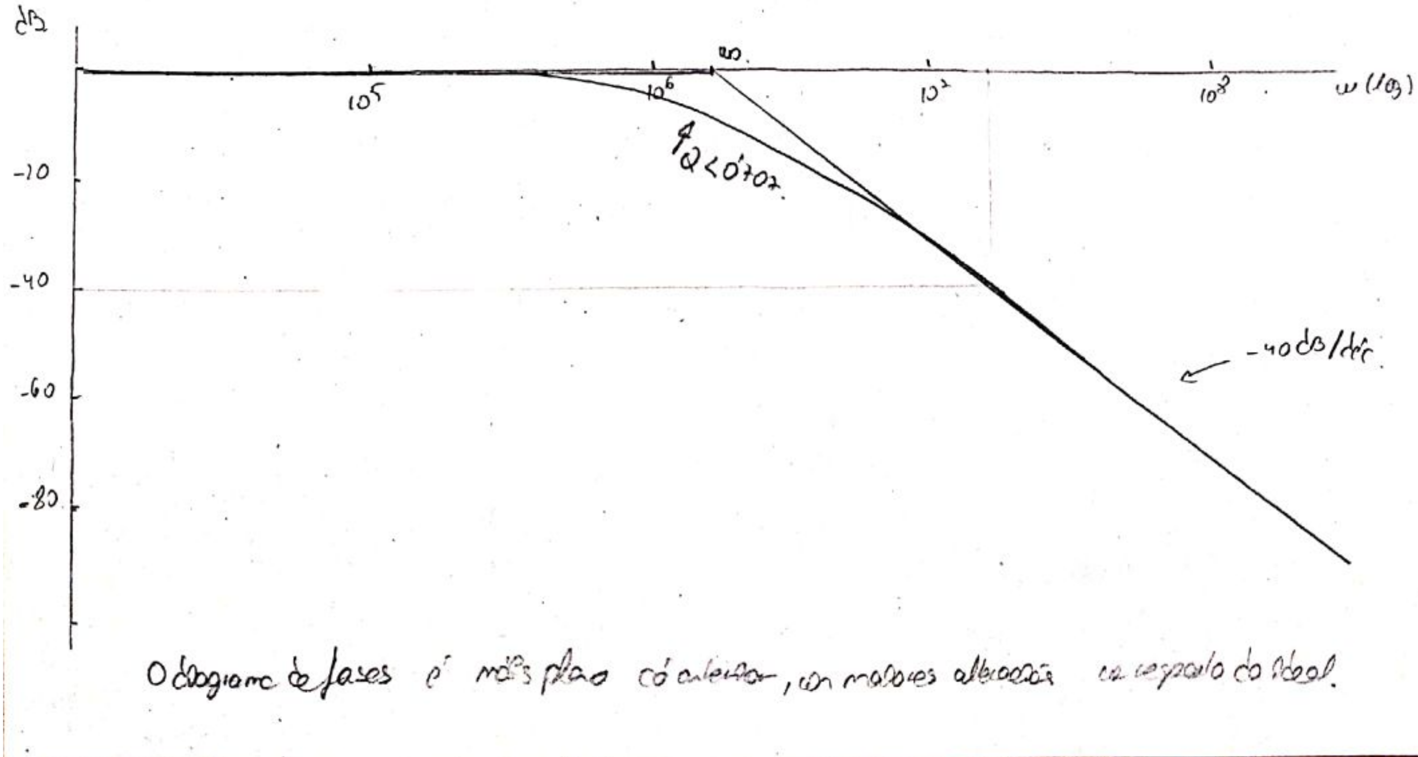
$\rightarrow \frac{\omega}{\omega_0} = 1 \Rightarrow Arg\left(G(j\omega)\right) = \underline{\underline{-90^\circ}}$



No caso de ter unha resistencia de 1KΩ:

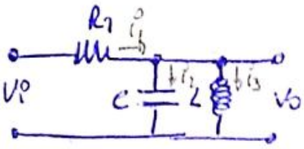
$$G(s) = \frac{1}{s^2 + \frac{10^3}{10\cdot10^{-6}}s + \frac{1}{10\cdot10^{-6}\cdot50\cdot10^{-9}}} = \frac{1}{s^2 + 10^8 s + 2\cdot10^{12}}$$

$\boxed{\omega_0 = \sqrt{2}\,10^6 \text{ rad/s}} \Rightarrow \quad Q = \frac{\omega_0}{10^8} = \frac{\sqrt{2}\cdot10^{-6}}{10^8} = \sqrt{2}\cdot10^{-2} < 0'707 \Rightarrow$ non hai pico de resonancia.



O diagrama de fases é máis plano có anterior, con maiores alteracións con respecto do ideal.

3 O circuito da figura representa um filtro banda passo. Obter a sua função de transferência e indicar os valores de ω_0 e Q correspondentes ao biquadrático que implementa. Qual é a sua ganância?



$Z_R = R \quad Z_L = L\cdot s \quad Z_C = \frac{1}{Cs}$

$i_1 = i_2 + i_3$

$$\frac{V_i - V_o}{R} = \frac{V_o - 0}{1/Cs} + \frac{V_o - 0}{Ls} \Rightarrow \frac{V_i}{R} = V_o\left(Cs + \frac{1}{R} + \frac{1}{Ls}\right)$$

$$\boxed{G(s) = \frac{1}{R\left(Cs + \frac{1}{R} + \frac{1}{Ls}\right)} = \frac{1}{CsR + 1 + \frac{R}{Ls}} = \frac{Ls}{CRLs^2 + Ls + R} = \frac{\frac{1}{CR}s}{s^2 + \frac{1}{CR}s + \frac{1}{LC}}}$$

Comparando com a expressão geral do filtro passa banda:

$$G(s) = \frac{a_1 s}{s^2 + \frac{\omega_0}{Q}s + \omega_0^2} \Rightarrow \omega_0^2 = \frac{1}{LC} \Rightarrow \omega_0 = \sqrt{\frac{1}{LC}}$$

$$\frac{\omega_0}{Q} = \frac{1}{CR} \Rightarrow \boxed{Q = CR\omega_0 = \frac{CR}{\sqrt{LC}} = R\sqrt{\frac{C}{L}}}$$

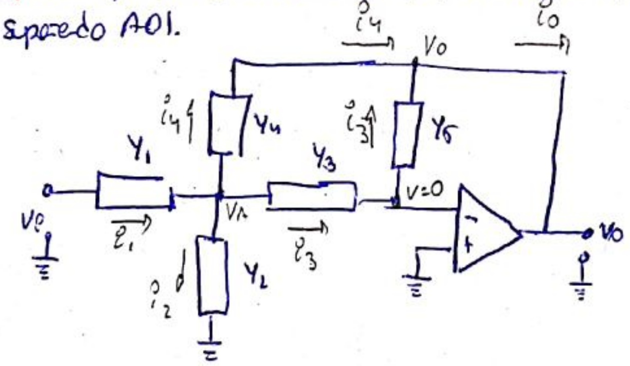
A ganância vem dada pelo termo a_1 da forma $\Rightarrow a_1 = H_0 \frac{\omega_0}{Q} \Rightarrow \boxed{H_0 = \frac{a_1 Q}{\omega_0} = \frac{a_1}{\omega_0/Q} = \frac{1/CR}{1/CR} = 1}$

H_0 ganância

Ganância 1

4 Obter a função de transferência real do circuito com ganância infinita e realimentação múltipla (filtro MFB) supondo AO ideal.

$Y \equiv$ admitâncias



$i_1 = i_2 + i_3 + i_4$

$$(V_i - V_A)Y_1 = (V_A - 0)Y_2 + (V_A - 0)Y_3 + (V_A - V_o)Y_4$$

$i_{Y_3} = i_{Y_5} \Rightarrow (V_A - 0)Y_3 = (0 - V_o)Y_5$

$$\boxed{V_A = -\frac{Y_5}{Y_3}V_o}$$

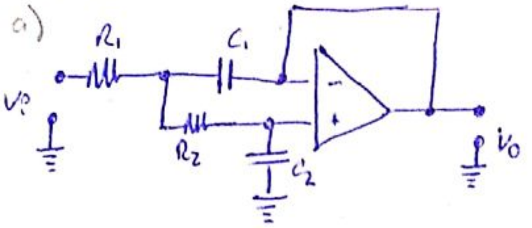
$$\Rightarrow V_i Y_1 + \frac{Y_5}{Y_3}Y_1 V_o = -\frac{Y_5}{Y_3}Y_2 V_o - \frac{Y_5}{Y_3}Y_3 V_o - \frac{Y_5}{Y_3}Y_4 V_o - Y_4 V_o$$

$$V_i Y_1 Y_3 = -V_o\left(Y_1Y_5 + Y_5Y_2 + Y_5Y_3 + Y_5Y_4 + Y_4Y_3\right)$$

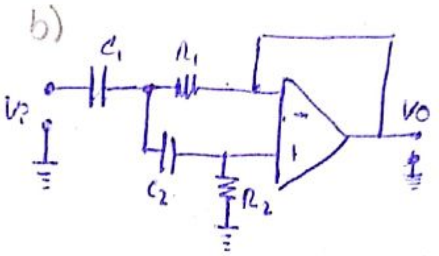
$$\boxed{G(s) = \frac{V_o}{V_i} = -\frac{Y_1Y_3}{Y_5(Y_1 + Y_2 + Y_3 + Y_4) + Y_3Y_4}}$$

5 Atopar as funcións de transferencia dos seguintes circuitos. A que tipo de filtro corresponde cada un?
Atopar os parámetros H_0, w_0 e Q. Suxerencia: posto que a topoloxía dos circuitos é a mesma, resolvelo empregando admitancias e posteriormente particularizar o resultado para cada caso.

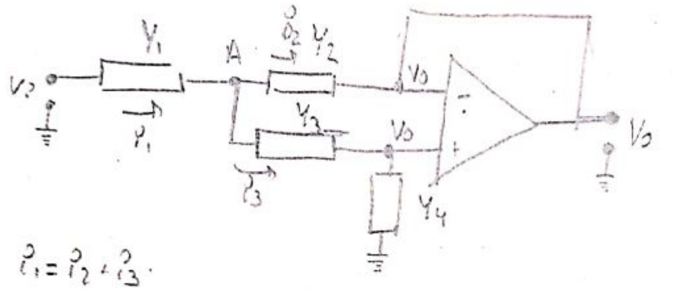
a)



b)



Resolvamos o circuito equivalente con admitancias para logo particularizar cada caso.



Supoñemos AOI

Por continuidade, $i_1 = i_2 + i_3$.

$$(V_i - V_A) Y_1 = (V_A - V_0) Y_2 + (V_A - V_0) Y_3$$

$$\circ\ i_{Y_3} = i_{Y_4} \Rightarrow (V_A - V_0) Y_3 = V_0 Y_4 \Rightarrow \boxed{V_A = V_0 \left(1 + \frac{Y_4}{Y_3}\right)}$$

$$\Rightarrow V_i Y_1 - V_0 Y_1 \left(1 + \frac{Y_4}{Y_3}\right) = \left(\cancel{1} + \frac{Y_4}{Y_3} - \cancel{1}\right) Y_2 V_0 + \left(\cancel{1} + \frac{Y_4}{Y_3} - \cancel{1}\right) Y_3 V_0$$

$$V_i Y_1 = V_0 \left[Y_1 + \frac{Y_4 Y_1}{Y_3} + \frac{Y_4 Y_2}{Y_3} + \frac{Y_4 Y_3}{Y_3} \right]$$

$$\boxed{G(s) = \frac{V_0}{V_i} = \frac{Y_1 Y_3}{Y_4 (Y_1 + Y_2 + Y_3) + Y_1 Y_3}}$$

Particularizando cada caso:

a) $Y_1 = \frac{1}{R_1}$ $\quad Y_2 = C_1 s$ $\quad Y_3 = \frac{1}{R_2}$ $\quad Y_4 = C_2 s$

$$\Rightarrow G(s) = \frac{1/R_1R_2}{C_2 s \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + C_1 s\right) + \frac{1}{R_1 R_2}} = \frac{1/R_1R_2}{C_1C_2 s^2 + s\left(\frac{C_2}{R_1} + \frac{C_2}{R_2}\right) + \frac{1}{R_1R_2}} = \boxed{\frac{\frac{1}{R_1R_2C_1C_2}}{s^2 + s\left(\frac{1}{R_1C_1} + \frac{1}{R_2C_1}\right) + \frac{1}{R_1R_2C_1C_2}}}$$

Que se corresponde cun filtro de segunda orde pasa baixa, onde

$$\boxed{w_0^2 = \frac{1}{R_1R_2C_1C_2}} \Rightarrow a_0 = H_0 w_0^2 = \frac{1}{R_1R_2C_1C_2} \Rightarrow \boxed{H_0 = 1}$$

$$\frac{w_0}{Q} = \frac{1}{R_1C_1} + \frac{1}{R_2C_1} = \frac{R_1 + R_2}{R_1R_2C_1} \Rightarrow \frac{1}{Q} = \frac{R_1 + R_2}{R_1R_2C_1} \cancel{\sqrt{R_1R_2C_1C_2}} = \sqrt{\frac{C_2}{R_1R_2C_1}} (R_1 + R_2)$$

$$\Rightarrow \boxed{Q = \sqrt{\frac{R_1R_2C_1}{C_2}} \frac{1}{(R_1 + R_2)}}$$

b) $Y_1 = C_1 s \quad Y_2 = \frac{1}{R_1} \quad Y_3 = C_2 s \quad Y_4 = \frac{1}{R_2}$

$$\boxed{G(s) = \frac{C_1 C_2 s^2}{\frac{1}{R_2}\left(C_1 s + \frac{1}{R_1} + C_2 s\right) + C_1 C_2 s^2}} = \boxed{\frac{s^2}{s^2 + s\left(\frac{C_1 + C_2}{C_1 C_2 R_2}\right) + \frac{1}{R_1 R_2 C_1 C_2}}}$$

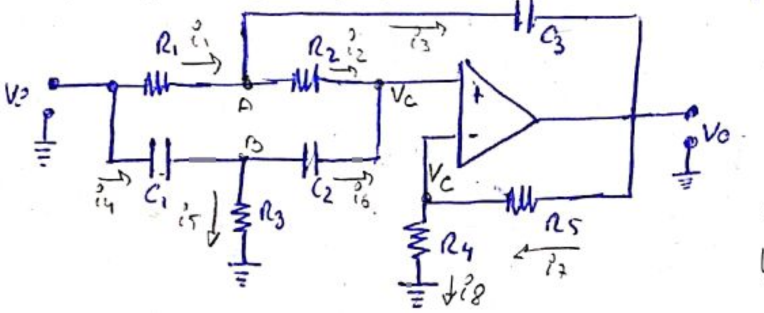
Filtro passa alto de segunda ordem com:

$$\boxed{\omega_0^2 = \frac{1}{R_1 R_2 C_1 C_2}} \; ; \; \boxed{a_0 = H_0 = 1} \; ; \quad \frac{\omega_0}{Q} = \frac{C_1 + C_2}{C_1 C_2 R_2} \Rightarrow \frac{1}{Q} = \sqrt{\frac{R_1}{C_1 C_2 R_2}}\,(C_1 + C_2)$$

$$\Rightarrow \boxed{Q = \sqrt{\frac{C_1 C_2 R_2}{R_1}}\;\frac{1}{(C_1 + C_2)}}$$

6) Achar a função de transferência do circuito da figura. Que termo implementa? Achar os seus parâmetros. Considerar as seguintes relações para os valores de resistências e condensadores: $R_1 = R_2 = R$; $R_3 = R/2$; $C_1 = C_2 = C$; $C_3 = 2C$ e $K = (1 + R_5/R_4)$

PUTA ARITMÉTICA :C



$$i_1 = i_2 + i_3$$

$$\frac{V_i - V_A}{R_1} = \frac{V_A - V_o}{1/C_3 s} + \frac{V_A - V_c}{R_2} \quad \boxed{1}$$

$$i_4 = i_5 + i_6$$

$$\frac{V_i - V_B}{1/C_1 s} = \frac{V_B - 0}{R_3} + \frac{V_B - V_c}{1/C_2 s} \quad \boxed{2}$$

Supondo AOI $\Rightarrow$ $i_2 = -i_6$

$$\frac{V_A - V_c}{R_2} = -\frac{V_B - V_c}{1/C_2 s} \Rightarrow \boxed{\frac{V_A}{R_2} + C_2 s V_B = V_c\left(\frac{1}{R_2} + C_2 s\right)} \quad \boxed{3}$$

$$\Rightarrow i_7 = i_8 \Rightarrow \frac{V_o - V_c}{R_5} = \frac{V_c - 0}{R_4} \Rightarrow V_c\left(\frac{1}{R_4} + \frac{1}{R_5}\right) = \frac{V_o}{R_5} \Rightarrow V_o = \underbrace{\left(1 + \frac{R_5}{R_4}\right)}_{K} V_c \Rightarrow \boxed{V_c = \frac{V_o}{K}} \quad \boxed{4}$$

$$\boxed{1}\;\; \frac{V_i}{R_1} + V_o\left(C_3 s + \frac{1}{K R_2}\right) = V_A\left(C_3 s + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_1}\right) \rightarrow \boxed{\frac{V_i}{R} + V_o\left(2Cs + \frac{1}{KR}\right) = V_A\left(2Cs + \frac{2}{R}\right)} \quad \boxed{5}$$

$$\boxed{2}\;\; V_i C_1 s + V_o \frac{C_2 s}{K} = V_B\left(C_1 s + \frac{1}{R_3} + C_2 s\right) \rightarrow \boxed{V_i C s + V_o \frac{Cs}{K} = V_B\left(2Cs + \frac{2}{R}\right)} \quad \boxed{6}$$

$R_1 = R_2 = R$, $R_3 = \frac{R}{2}$, $C_1 = C_2 = C$, $C_3 = 2C$

$$\boxed{5} \Rightarrow \boxed{V_A = \frac{\frac{V_i}{R} + V_o\left(2Cs + \frac{1}{KR}\right)}{2Cs + 2/R} = \frac{V_i + V_o(2CsR + 1/K)}{2CsR + 2}} \quad \boxed{7}$$

$$\boxed{6} \Rightarrow V_B = \frac{V_i C s + V_o \frac{Cs}{K}}{2Cs + 2/R} = \boxed{\frac{V_i CsR + V_o \frac{CsR}{K}}{2CsR + 2}} \quad \boxed{8}$$

Substituindo en [3] [8] e [7]:

$$\frac{1}{R}\left[\frac{V_i + V_o(2CSR + 1/K)}{2(CSR+1)}\right] + CS\left[\frac{CSR(V_i + V_o/K)}{2(CSR+1)}\right] = \frac{V_o}{K}\left(\frac{1}{R} + CS\right) = \frac{V_o}{K}\left(\frac{CSR+1}{R}\right)$$

$$V_i + V_o(2CSR + 1/K) + V_i C^2S^2R^2 + V_o\frac{C^2S^2R^2}{K} = \frac{2V_o}{K}(CSR+1)^2$$

$$V_i\left[1 + C^2R^2S^2\right] = V_o\left[\frac{2C^2R^2S^2}{K} + \frac{2}{K} + \frac{4CRS}{K} - 2CSR - \frac{1}{K} - \frac{C^2S^2R^2}{K}\right] = V_o\left[\frac{C^2R^2S^2}{K} + \frac{1}{K} + \frac{4CSR - 2CSRK}{K}\right]$$

$$\boxed{G(s) = \frac{V_o}{V_i} = K\frac{1 + C^2R^2S^2}{C^2R^2S^2 + (4CR - 2CRK)S + 1}} = \boxed{K\frac{S^2 + 1/R^2C^2}{S^2 + \frac{4-2K}{RC}S + \frac{1}{R^2C^2}}}$$

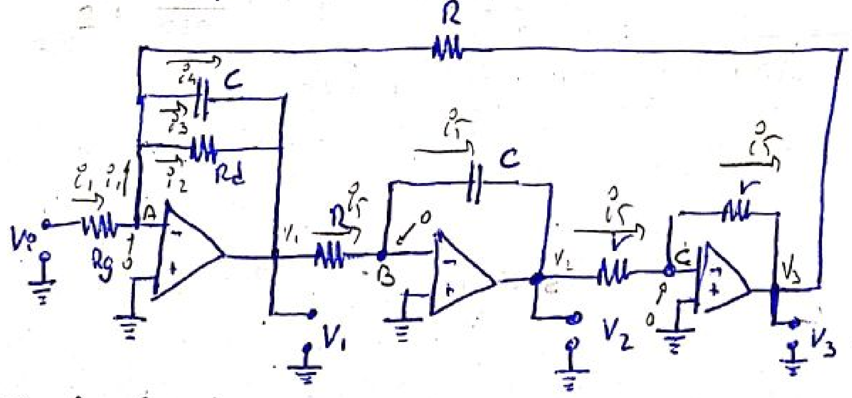
Ba/ta
Poder!!

Filtro Notch $\quad G(s) = a_2\dfrac{s^2 + w_0^2}{s^2 + s\frac{w_0}{Q} + w_0^2}$

onde $\boxed{w_0^2 = \frac{1}{R^2C^2}}$; $\boxed{a_2 = H_0 = K = 1 + \frac{R_5}{R_4}}$

$$\frac{w_0}{Q} = \frac{4-2K}{RC} \Rightarrow \frac{1}{Q} = \frac{4-2K}{RC}RC = 4-2K \Rightarrow \boxed{Q = \frac{1}{4-2K}}$$

[7] O circuito da figura coñécese como filtro bicuadrático ou filtro de Tow-Thomas. Que filtros implementamos en cada unha das súas saídas? Representar de xeito esquemático os seus diagramas de Bode de amplitude para os seguintes valores de compoñentes: $C=100nF$; $R=R_b=1'59K\Omega$ e $R_d=4'77K\Omega$.



• $i_1 = i_2 + i_3 + i_4$

$$\frac{V_i - 0}{R_g} = \frac{0 - V_1}{R_d} + \frac{0 - V_1}{1/CS} + \frac{0 - V_3}{R}$$

$$\boxed{\frac{V_i}{R_g} = -V_1\left(\frac{1}{R_d} + CS\right) - \frac{V_3}{R}} \quad [1]$$

[B] $i_R = i_C$

$$\frac{V_1 - 0}{R} = \frac{0 - V_2}{1/CS} \Rightarrow \boxed{V_1 = -RCSV_2} \quad [2]$$

[C] $i_r = i_r$

$$\frac{V_2 - 0}{r} = \frac{0 - V_3}{r} \Rightarrow \boxed{V_2 = -V_3} \quad [3] \underset{[2]}{\Rightarrow} V_1 = RCSV_3 \Rightarrow \boxed{V_3 = \frac{V_1}{RCS}}$$

$$\frac{V_i}{R_g} = -V_1\left[\frac{1}{R_d} + CS + \frac{1}{R}\frac{1}{RCS}\right]$$

$$\Rightarrow \boxed{G(s)_1} = \frac{V_1}{V_i} = -\frac{1}{R_g}\frac{1}{\frac{1}{R_d}+CS+\frac{1}{R^2CS}} = \frac{-\frac{1}{R_g}S}{CS^2+\frac{S}{R_d}+\frac{1}{R^2C}} = \boxed{\frac{-\frac{1}{R_gC}S}{S^2+\frac{S}{CR_d}+\frac{1}{R^2C^2}}}$$

Filtro cuadrático de segundo orde pasa banda onde

$$\boxed{\omega_0^2 = \frac{1}{R^2C^2}} \qquad \frac{\omega_0}{Q} = \frac{1}{CR_d} \Rightarrow \frac{1}{Q} = \frac{R\cancel{C}}{\cancel{C}R_d} \Rightarrow \boxed{Q = \frac{R_d}{R}}$$

$$a_0 = H_0\frac{\omega_0}{Q} = -\frac{1}{R_gC} \Rightarrow \boxed{H_0 = -\frac{1}{R_gC}CR_d = -\frac{R_d}{R_g}}$$

$$\boxed{G_2(s)} = \frac{V_2}{V_i} = \frac{-\frac{V_1}{RCS}}{V_i} = \frac{+1/R_g}{RCS\left(\frac{1}{R_d}+CS+\frac{1}{R^2CS}\right)} = \frac{\frac{1}{R_g}}{\frac{1}{R}+RC^2S^2+\frac{RC}{R_d}S} = \boxed{\frac{\frac{1}{RR_gC^2}}{S^2+\frac{1}{R_dC}S+\frac{1}{R^2C^2}}}$$

Filtro cuadrático pasa baixa, con

$$\boxed{\omega_0^2 = \frac{1}{R^2C^2}} \qquad \frac{\omega_0}{Q} = \frac{1}{R_dC} \Rightarrow \frac{1}{Q} = \frac{R}{R_d} \Rightarrow \boxed{Q = \frac{R_d}{R}}$$

$$a_0 = H_0\omega_0^2 = \frac{1}{RR_gC^2} \Rightarrow \boxed{H_0 = \frac{R}{R_g}}$$

$$\boxed{G_3(s)} = \frac{V_3}{V_i} = \frac{-V_2}{V_i} = \boxed{\frac{-\frac{1}{RR_gC^2}}{S^2+\frac{1}{R_dC}S+\frac{1}{R^2C^2}}} \Rightarrow \boxed{\omega_0^2 = \frac{1}{R^2C^2}} \quad \boxed{Q = \frac{R_d}{R}} \quad \boxed{H_0 = -\frac{R}{R_g}}$$

Filtro paso baixa.

Representemos agora os seus diagramas de Bode:

Comecemos co termo cuadrático paso baixa:

$$\begin{cases} C = 100\cdot10^{-9}F \\ R = R_g = 1'59\cdot10^3\Omega \\ R_d = 4'77\cdot10^3\Omega \end{cases}$$

$$\omega_0 = \frac{1}{100\cdot10^{-9}\cdot1'59\cdot10^3} = 6289'3 \text{ rad/s} \Rightarrow \boxed{f_0 = \frac{\omega_0}{2\pi} = 1\,KHz.}$$

$\boxed{Q} = \frac{R_d}{R} = \frac{4'77\cdot10^3}{1'59\cdot10^3} = \underline{3 > 0'707} \Rightarrow$ hai pico de resonancia.

Para determinar a frecuencia do máximo, $\frac{d(20\log|G(j\omega)|)}{d\omega} = 0$. Considerado o termo cuadrático paso baixa:

$$G(j\omega) = \frac{H_0}{\left(1-\left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2\right)+j\frac{\omega}{\omega_0Q}} \Rightarrow 20\log|G(j\omega)| = 20\log|H_0| - 20\log\sqrt{\left(1-\left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2\right)^2+\left(\frac{\omega}{\omega_0Q}\right)^2}.$$

$$\frac{d(20\log(|G(j\omega)|))}{d\omega} = \frac{-20\ln\sqrt{\ }}{\sqrt{(\quad)}}\cdot\frac{1}{2\sqrt{(\quad)}}\cdot\left[\cancel{2}\left(1-\left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2\right)\frac{-2\cancel{\omega}}{\cancel{\omega_0^2}} + \frac{\cancel{2}\cancel{\omega}}{\cancel{\omega_0^2}Q^2}\right] = 0$$

f/f_0

$$\Rightarrow -2\left(1-\left(\frac{f}{f_0}\right)^2\right) + \frac{1}{Q^2} = 0 \Rightarrow \boxed{f_{max} = f_0\sqrt{1-\frac{1}{2Q^2}}} \quad \text{Neste caso, } \boxed{f_{max} = 10^3\sqrt{1-\frac{1}{2\cdot3^2}} = 972'77Hz.}$$

Nesta frecuencia, o valor será:

$$|G(jw_{max})| = \frac{Ho}{\sqrt{\left(1-\left(\frac{w}{wo}\right)^2\right)^2 + \left(\frac{w}{woQ}\right)^2}} = \frac{Ho}{\sqrt{\left(1-1+\frac{1}{2Q^2}\right)^2 + \left(\frac{1-\frac{1}{2Q^2}}{Q^2}\right)}} = \frac{Ho}{\sqrt{\frac{1}{4Q^4} + \frac{2Q^2-1}{2Q^4}}} = \frac{HoQ^2}{\sqrt{Q^2 - 1/4}} = \frac{HoQ}{\sqrt{1 - 1/4Q^2}}$$

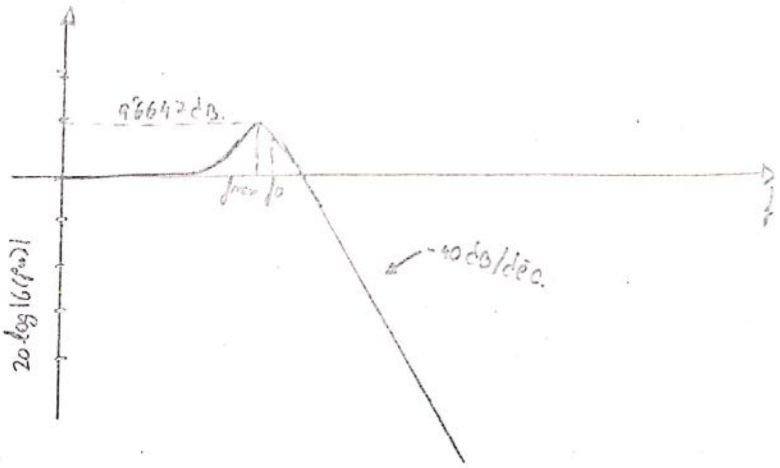
$$w_{max} = wo\sqrt{1 - \frac{1}{2Q^2}}$$

$$\Rightarrow |G(jw_{max})| = \left| \frac{\frac{R}{Rg}\frac{Rd}{R}}{\sqrt{1 - 1/4\left(\frac{Rd}{R}\right)^2}} \right| = \frac{3}{\sqrt{1-\frac{1}{4 \cdot 9}}} = 3'04 \Rightarrow \boxed{20\log|G(jw_{max})| = 9'6647\ dB}$$

Na banda plana, $20\log|Ho| = 20\log(1) = \underline{0}$

Así, o seu diagrama de Bode de amplitudes:

Este diagrama é equivalente tanto para $G_2(s)$ coma para $G_1(s)$.



Fagamos agora o diagrama de Bode do termo pasa banda:

$fo = 1\ KHz.$

$Q = 3$

$Ho = -\frac{Rd}{Rg} = -3$

Ancho de banda: $BW = w_2 - w_1 = \frac{wo}{Q} \Rightarrow \boxed{f_2 - f_1 = \frac{fo}{Q} = \frac{1000}{3}}$

Ademais, $f_1 f_2 = fo^2$

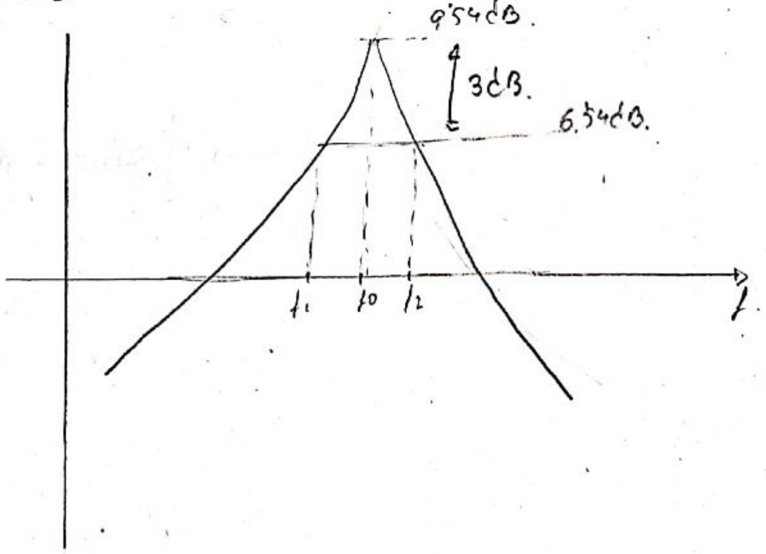
$$f_1 = \frac{fo^2}{f_2}$$

$$f_2 - \frac{fo^2}{f_2} = \frac{fo}{Q} \Rightarrow f_2^2 - \frac{1000}{3}f_2 - 10^6 = 0 \Rightarrow \begin{cases} \boxed{f_2(+) = 1180\ Hz} \\ \cancel{f_2(-) < 0} \end{cases}$$

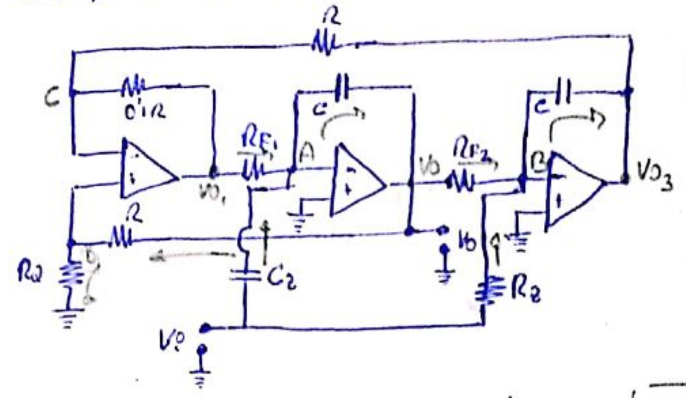
$$\Rightarrow \boxed{f_1 = 847'13\ Hz.}$$

Amplitude do máximo (en wo) $\Rightarrow 20\log|G(jwo)| = 20\log\left|\frac{a_1 Q}{wo}\right| = 20\log|Ho| = \underline{\underline{9'54dB}}$

$$a_1 = \frac{wo}{Q}Ho$$



[8]. O circuito da figura constitúe unha implementación, mediante variables de estado, de funcións de segunda orde. Que función implementa? Obter a expresión de todos os parámetros significativos. Esbozar o diagrama de Bode para os seguintes valores de compoñentes: $R_{F1} = R_{F2} = R_2 = R = 10\,K\Omega$; $R_Q = 290\,\Omega$ e $C = C_2 = 100\,nF$.



Consideramos AOI

$\boxed{A} \Rightarrow i_{RF_1} + i_{C_2} = i_C$

$$\frac{V_{01} - 0}{R_{F_1}} + \frac{V_i - 0}{1/C_2 s} = \frac{0 - V_0}{1/Cs}$$

$$\Rightarrow \boxed{\frac{V_{01}}{R_{F_1}} + V_i C_2 s + V_0 Cs = 0} \quad \boxed{A}$$

$$\boxed{B} \Rightarrow \frac{V_i - 0}{R_2} + \frac{V_0 - 0}{R_{F_2}} = \frac{0 - V_{03}}{1/Cs} \Rightarrow \boxed{\frac{V_i}{R_2} + \frac{V_0}{R_{F_2}} + V_{03} Cs = 0} \quad \boxed{B}$$

$$\boxed{C} \Rightarrow \frac{V_{03} - V_C}{R} = \frac{V_C - V_{01}}{0'1R} \Rightarrow \boxed{V_{03} = 11 V_C - 10 V_{01}} \quad \boxed{C}$$

$$\boxed{D} \quad i_R = i_{RQ} \Rightarrow \frac{V_0 - V_C}{R} = \frac{V_C - 0}{R_Q} \Rightarrow V_C\left(\frac{1}{R} + \frac{1}{R_Q}\right) = \frac{V_0}{R} \Rightarrow \boxed{V_C = \frac{R_Q}{R + R_Q} V_0} \quad \boxed{D}$$

Aplicando $\boxed{D}$ en $\boxed{C}$ $\Rightarrow \boxed{V_{03} = 11 \frac{R_Q}{R + R_Q} V_0 - 10 V_{01}} \quad \boxed{E}$

$$\boxed{E} \longrightarrow \boxed{B} \Rightarrow \frac{V_i}{R_2} + \frac{V_0}{R_{F_2}} + Cs\left[11 \frac{R_Q}{R + R_Q} V_0 - 10 V_{01}\right] = 0$$

$$\frac{V_i}{R_2} + V_0\left[\frac{1}{R_{F_2}} + \frac{11 R_Q Cs}{R + R_Q}\right] - 10 Cs V_{01} = 0 \Rightarrow \boxed{V_{01} = \frac{V_i}{10 Cs R_2} + \frac{V_0}{10 Cs}\left[\frac{1}{R_{F_2}} + \frac{11 R_Q Cs}{R + R_Q}\right]}$$

Levándoo a $\boxed{A}$:

$$V_0 Cs + V_i C_2 s + \frac{1}{R_{F_1}}\left[\frac{V_i}{10 Cs R_2} + \frac{V_0}{10 Cs}\left[\frac{1}{R_{F_2}} + \frac{11 R_Q Cs}{R + R_Q}\right]\right] = 0$$

$$V_0\left[Cs + \frac{1}{10 Cs R_{F_1} R_{F_2}} + \frac{11 R_Q}{10 R_{F_1}(R + R_Q)}\right] + V_i\left[C_2 s + \frac{1}{10 Cs R_2 R_{F_1}}\right] = 0$$

$$\boxed{G(s) = \frac{V_0}{V_i} = -\frac{C_2 s + \frac{1}{10 Cs R_2 R_{F_1}}}{Cs + \frac{1}{10 Cs R_{F_1} R_{F_2}} + \frac{11 R_Q}{10 R_{F_1}(R + R_Q)}} = -\frac{\frac{C_2}{C} s^2 + \frac{1}{10 C^2 R_2 R_{F_1}}}{s^2 + \frac{11 R_Q}{10 R_{F_1} C (R + R_Q)} s + \frac{1}{10 C^2 R_{F_1} R_{F_2}}}}$$

onde temos un filtro Notch, os cales teñen como forma xeral $G(s) = a_2 \dfrac{s^2 + \omega_n^2}{s^2 + \frac{\omega_0}{Q} s + \omega_0^2}$.

Neste caso temos $\boxed{\omega_0^2 = \frac{1}{10 C^2 R_{F_1} R_{F_2}}}$; $\boxed{a_2 = H_0 = -\frac{C_2}{C}}$; $\frac{\omega_0}{Q} = \frac{11 R_Q}{10 R_{F_1} \cancel{C} (R + R_Q)} = \frac{1}{Q} \frac{1}{\sqrt{10}\,\cancel{C} \sqrt{R_{F_1} R_{F_2}}}$

$$\Rightarrow \boxed{\frac{1}{Q} = \sqrt{\frac{R_{F_2}}{10 R_{F_1}}} \frac{11 R_Q}{(R + R_Q)}} \qquad \boxed{\omega_n^2 = \frac{1}{10 C C_2 R_2 R_{F_1}}}$$

No noso caso, como $R_{F1}=R_{F2}=R_Z=R=10\,K\Omega$; $R_Q=296\,\Omega$; $C=C_Z=100\,nF$:

$$\omega_0^2=\frac{1}{10\,(100\cdot10^{-9})^2\cdot(10\cdot10^3)^2}=\frac{1}{10\cdot10^{-14}\cdot10^8}=10^5 \Rightarrow \boxed{\omega_0=316'23\ rad/s} \Rightarrow f_0=50'33\ Hz$$

$\boxed{H_0=-1}$ $\quad \frac{1}{Q}=\frac{1}{\sqrt{10}}\ \frac{11\cdot296}{10^4\cdot1296} \Rightarrow \boxed{Q\simeq10} > 0'707$

$$\omega_n^2=\frac{1}{10\,(100\cdot10^{-9})^2(10\cdot10^3)^2}=\omega_0^2 \Rightarrow \boxed{\omega_n=\omega_0=316'23\ rad/s} \Rightarrow$$ a frecuencia natural dos polos coincide coa dos ceros

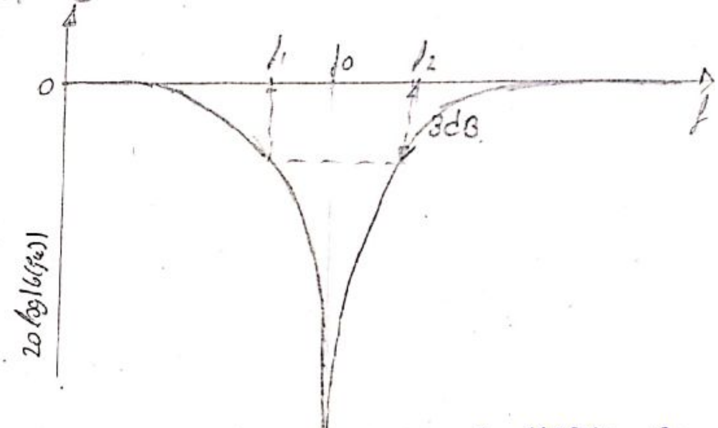
Esbozamos o diagrama de Bode, tendo en conta que $BW=f_2-f_1=\frac{f_0}{Q}$; $f_2f_1=f_0^2 \Rightarrow f_1=\frac{f_0^2}{f_2}$

$$f_2-\frac{f_0^2}{f_2}=\frac{f_0}{Q} \Rightarrow f_2^2-f_2\frac{f_0}{Q}-f_0^2=0 \Rightarrow f_2=\begin{cases}\boxed{f_2(+)=52'91\ Hz} \Rightarrow \boxed{f_1=47'88\ Hz}\\ \cancel{f_2(-)<0}\end{cases}$$

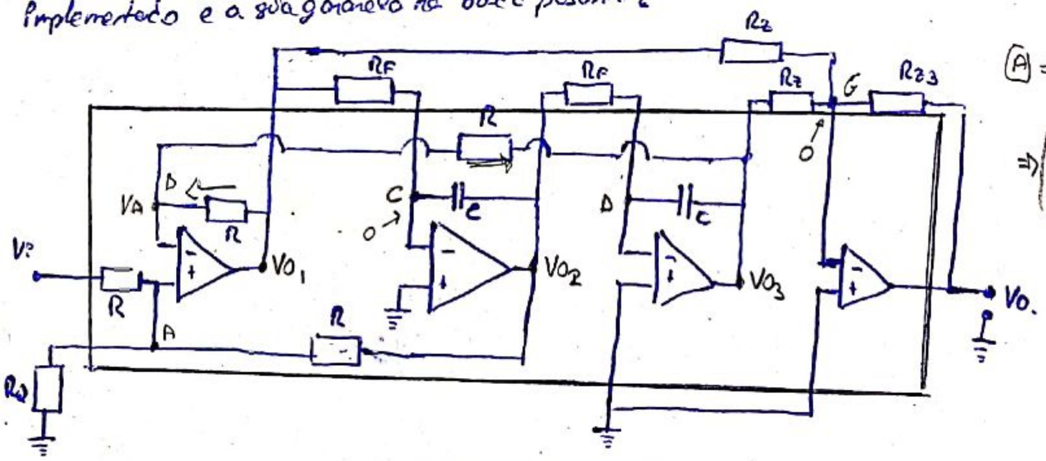
Ademais, a ganancia na banda pasante $\Rightarrow 20\log|H_0|=0$

No límite $\omega\to\omega_0 \Rightarrow \lim_{\omega\to\omega_0}|20\log(G(j\omega))|=-\infty$

O diagrama de Bode:



9. O circuito da figura amosa a implementación dun termo cuadrático empregando o circuito integrado UAF42. Que función implementamos se tomamos a saída no pin 6? Obter a función de transferencia e os parámetros do filtro implementado tal e como aparece no esquema amosado, e que se consideramos que $R_1=R_2=R_3=R_4=R=50\,K\Omega$ e que $C_1=C_2=C=1\,nF$, $R_{f1}=R_{f2}=R_f=3'18\,M\Omega$, $R_Q=1'04\,K\Omega$, $R_{Z1}=R_{Z2}=R_Z=2'08\,K\Omega$ e $R_{Z3}=52'08\,K\Omega$. Cal é o ancho de banda do filtro implementado e a súa ganancia na banda pasante?



Supoñemos AOI:

$$\boxed{A} \Rightarrow \frac{V_i-V_A}{R}=\frac{V_A-0}{R_Q}+\frac{V_A-V_{O2}}{R}$$

$$\Rightarrow \boxed{\frac{V_i}{R}+\frac{V_{O2}}{R}=V_A\left(\frac{2}{R}+\frac{1}{R_Q}\right)}\ \boxed{A}$$

$$\boxed{B} \Rightarrow \frac{V_{O1}-V_A}{\cancel{R}}=\frac{V_A-V_{O3}}{\cancel{R}}$$

$$\boxed{V_{O1}=2V_A-V_{O3}}\ \boxed{B}$$

$$\boxed{C} \Rightarrow \frac{V_{O1}-0}{R_F}=\frac{0-V_{O2}}{1/Cs} \Rightarrow \boxed{V_{O1}=-R_FCs\,V_{O2}}\ \boxed{C}$$

$$\boxed{D} \Rightarrow \frac{V_{O2}-0}{R_F}=\frac{0-V_{O3}}{1/Cs} \Rightarrow \boxed{V_{O2}=-R_FCs\,V_{O3}}\ \boxed{D}$$

$$\boxed{V_{O1}=(R_FCs)^2V_{O3}}\ \boxed{F}$$

$$\boxed{E} \Rightarrow \frac{V_{O1}-0}{R_Z}+\frac{V_{O3}-0}{R_Z}=\frac{0-V_O}{R_{Z3}} \Rightarrow \boxed{\frac{1}{R_Z}(V_{O1}+V_{O3})+\frac{V_O}{R_{Z3}}=0}\ \boxed{E}$$

Levando $\boxed{F}$ a $\boxed{E}$ $\Rightarrow \frac{V_{O3}}{R_Z}\left((R_FCs)^2+1\right)+\frac{V_O}{R_{Z3}}=0 \Rightarrow \boxed{V_{O3}=-\frac{R_Z}{R_{Z3}}\frac{V_O}{(R_FCs)^2+1}}\ \boxed{G}$

Igualado $\boxed{B}$ e $\boxed{F}$ $\Rightarrow$ $2V_A - V_{O3} = V_{O3}(R_F C S)^2 \rightarrow \boxed{V_A = \frac{1}{2}\left[(R_F C S)^2 + 1\right] V_{O3}}$ $\boxed{H}$

Levado $\boxed{D}$ $\boxed{H}$ a $\boxed{A}$ $\Rightarrow$ $\frac{Vi}{R} - \frac{R_F C S}{R} V_{O3} = \frac{1}{2}\left((R_F C S)^2 + 1\right)\left(\frac{2}{R} + \frac{1}{R_Q}\right) V_{O3}$

e substituíndo neste último expresión $\boxed{G}$:

$$\frac{Vi}{R} = -\frac{R_Z}{R_{Z3}} \frac{1}{(R_F C S)^2 + 1}\left[\frac{1}{2}\left((R_F C S)^2 + 1\right)\left(\frac{2}{R} + \frac{1}{R_Q}\right) + \frac{R_F C S}{R}\right] V_O$$

$$\Rightarrow \boxed{G(s) =} \frac{V_O}{Vi} = -\frac{\frac{R_{Z3}}{R R_Z} \cdot \left((R_F C S)^2 + 1\right)}{\frac{1}{2}\left[(R_F C S)^2 + 1\right]\underbrace{\left(\frac{2}{R} + \frac{1}{R_Q}\right)}_{\frac{2R_Q + R}{R R_Q}} + \frac{R_F C S}{R}} = -\frac{R_{Z3}}{R R_Z} \frac{R_F^2 C^2 S^2 + 1}{\frac{1}{2}\frac{2R_Q + R}{R R_Q} R_F^2 C^2 S^2 + \frac{2R_Q + R}{2 R R_Q} + \frac{R_F C S}{R}} =$$

$$= -\frac{R_{Z3}}{R_Z \cancel{R}} \frac{2 \cancel{R} R_Q}{2R_Q + R} \frac{1}{R_F^2 C^2} \frac{R_F^2 C^2 S^2 + 1}{S^2 + \frac{2 R_Q}{R_F C (2R_Q + R)} S + \frac{1}{R_F^2 C^2}} = \boxed{-\frac{R_{Z3}}{R_Z} \frac{2 R_Q}{2R_Q + R} \frac{S^2 + 1/R_F^2 C^2}{S^2 + \frac{2R_Q}{2R_Q + R}\frac{S}{R_F C} + \frac{1}{R_F^2 C^2}}}$$

Que volve ser un filtro Notch. $G(s) = a_2 \frac{s^2 + \omega_n^2}{s^2 + \frac{\omega_0}{Q} s + \omega_0^2}$

Neste caso, $\boxed{\omega_n = \omega_0 = \frac{1}{R_F C} = \frac{1}{3'18 \cdot 10^6 \cdot 10^{-9}} = 314'46 \text{ rad/s}} \Rightarrow \boxed{f_0 \simeq 50 \text{ Hz}}$

$\boxed{a_2 = -\frac{R_{Z3}}{R_Z} \frac{2 R_Q}{2R_Q + R}} = -\frac{52'08 \cdot 10^3}{2'08 \cdot 10^3} \cdot \frac{2 \cdot 1'04 \cdot 10^3}{2 \cdot 1'04 \cdot 10^3 + 50 \cdot 10^3} = \boxed{1}$ $\Rightarrow$ ganancia unidade.

$\frac{\omega_0}{Q} = \frac{2 R_Q}{2R_Q + R} \overbrace{\frac{1}{R_F C}}^{=\omega_0} \Rightarrow \boxed{Q = \frac{2R_Q + R}{2R_Q}} = 1 + \frac{R}{2R_Q} = 1 + \frac{50}{2 \cdot 1'04} = \boxed{25}$

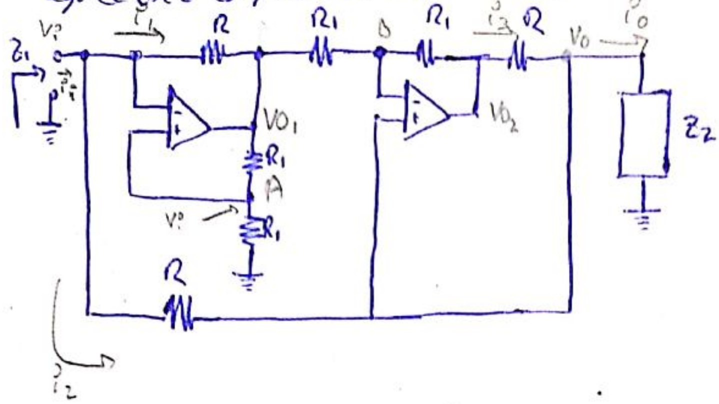
$\boxed{BW = f_2 - f_1 = \frac{f_0}{Q} \simeq 2 \text{Hz.}}$

$f_2 f_1 = f_0^2 \Rightarrow f_1 = \frac{f_0^2}{f_2}$

$f_2^2 - \frac{f_0}{Q} f_2 - f_0^2 = 0 \Rightarrow f_2 = \begin{cases} \boxed{f_2(+) = 51'01 \text{ Hz}} \\ \cancel{f_2(-) < 0} \end{cases}$

$\boxed{f_1 \simeq 49 \text{ Hz}}$

10: O circuito da figura simula unha impedancia Z_1 proporcional ao recíproco de Z_2. Amosar que $Z_1 = R^2/Z_2$. Este circuito "xirador" pode simular entón unha autoindución facendo que Z_2 sexa unha capacidade. Empregando este circuito e partindo do circuito pasivo do problema 3, deseñar un filtro pasa banda de segundo grado con $f_0 = 1KHz$ e $Q=10$. Calíbrase a ganancia do circuito?



$$Z_1 = \frac{V_i}{i_i} \quad \text{onde } i_i = i_1 + i_2$$

$$Z_2 = \frac{V_o}{i_o} \quad \text{onde } i_o = i_2 + i_3$$

$$\left.\begin{array}{l} i_1 = \dfrac{V_i - V_{o1}}{R} \\ i_2 = \dfrac{V_i - V_o}{R} \end{array}\right\} \Rightarrow \boxed{i_i = \frac{1}{R}(2V_i - V_o - V_{o1})}$$

$$i_3 = \frac{V_{o2} - V_o}{R} \Rightarrow \boxed{i_o = \frac{1}{R}(V_i + V_{o2} - 2V_o)}$$

$$\boxed{A} \Rightarrow \frac{V_{o1} - V_i}{\cancel{R_1}} = \frac{V_i - 0}{\cancel{R_1}} \Rightarrow \boxed{V_{o1} = 2V_i}$$

$$\boxed{B} \Rightarrow \frac{V_{o1} - V_o}{\cancel{R_1}} = \frac{V_o - V_{o2}}{\cancel{R_1}} \Rightarrow V_{o1} = 2V_o - V_{o2} \Rightarrow \boxed{2(V_o - V_i) = V_{o2}}$$

Así, $\boxed{i_i = \frac{1}{R}(2V_i - V_o - 2V_i) = -\frac{V_o}{R}}$ $\quad \boxed{i_o = \frac{1}{R}(V_i + 2V_o - 2V_i - 2V_o) = -\frac{V_i}{R}}$

$$\boxed{Z_1 = \frac{V_i}{i_i} = -\frac{V_i}{V_o}R} \quad \boxed{Z_2 = \frac{V_o}{i_o} = -\frac{V_o}{V_i}R} \Rightarrow Z_1 Z_2 = R^2 \Rightarrow \boxed{Z_1 = R^2/Z_2} \quad \text{q.e.d.}$$

Deseñemos agora un filtro pasa banda. A función de transferencia terá a forma: $G(s) = \dfrac{a_1 S}{S^2 + \frac{\omega_0}{Q}S + \omega_0^2}$

con $a_1 = H_0 \dfrac{\omega_0}{Q}$

Identifiquemos agora $Z_2 = Z_C = \dfrac{1}{CS}$; $Z_1 = Z_L = LS \Rightarrow LS = R^2CS \Rightarrow \boxed{L = CR^2}$

Recuperando o resultado do exercicio $\boxed{3}$, $G(s) = \dfrac{1/C'R_T}{S^2 + \frac{1}{C'R_T}S + \frac{1}{C'L}}$ (só non cambiamos L porque do que o circuito se comporta como unha autoindución)

$$\Rightarrow \omega_0^2 = \frac{1}{C'L} = \frac{1}{R^2CC'} \Rightarrow \omega_0 = \frac{1}{R\sqrt{CC'}} \Rightarrow \boxed{f_0 = \frac{1}{2\pi R\sqrt{CC'}} = 10^3 Hz}$$

$$\frac{\omega_0}{Q} = \frac{1}{C'R_T} = \frac{1}{\sqrt{C'L}}\frac{1}{Q} \Rightarrow \boxed{Q = \sqrt{\frac{C'}{L}}R_T = \sqrt{\frac{C'}{C}}\frac{R_T}{R} = 10}$$

Escollendo $R = 10K\Omega$ e $C = 1nF$:

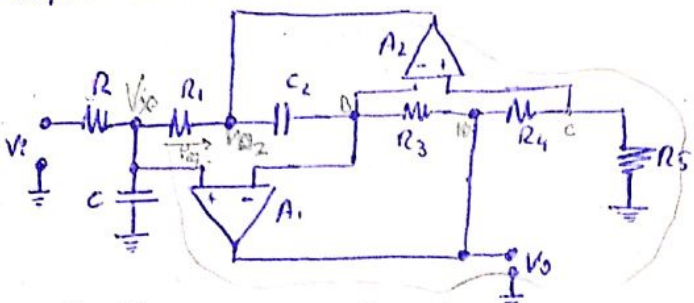
$$\boxed{C'} = \frac{1}{4\pi^2R^2C\cdot 10^6} = \frac{1}{4\pi^2\cdot 10^8\cdot 10^{-9}\cdot 10^6} = 2'53\cdot 10^{-7}F = \boxed{253nF}$$

$$\boxed{R_T} = 10R\sqrt{\frac{C}{C'}} = \boxed{6'28K\Omega}$$

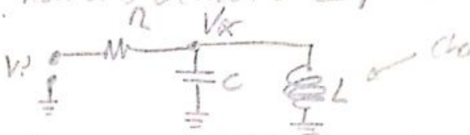
} valores que temos que buscar.

A ganancia na banda pasante: $\boxed{H_0 = a_1\frac{Q}{\omega_0} = \frac{1}{C'R_T}\cdot C'R_T = 1} \Rightarrow$ Ganancia unidade.

11) Calcular a função de transferência do circuito da figura e obter os parâmetros H_0, w_0 e Q. Sugestão: empregar os resultados do problema 10 do boletim de amplificadores operacionais (Circuito de Antoniou para realizar uma auto-indutância) e os do problema 3 deste boletim.



Começamos recuperando o resultado do exercício 11 do boletim I (circuito Antoniou), pelo qual podemos separar o comportamento do circuito como o duma auto-indutância, resumindo o circuito da forma:



Aplicamos cálculo de nodos supondo AO I.

$$i_{eq} = \frac{V_x - V_{o2}}{R_1} \qquad \boxed{C} \Rightarrow \frac{V_o - V_x}{R_4} = \frac{V_x - 0}{R_5} \Rightarrow \boxed{V_o = V_x\left(1 + \frac{R_4}{R_5}\right)} \; \boxed{A}$$

$$Z_{eq} = \frac{V_x}{i_{eq}} \qquad \boxed{B} \Rightarrow \frac{V_{o2} - V_x}{1/C_2 s} = \frac{V_x - V_o}{R_3} \Rightarrow \boxed{V_{o2} = \frac{1}{C_2 s}\left[V_x\left(\frac{1}{R_3} + C_2 s\right) - \frac{V_o}{R_3}\right]} \Rightarrow$$

$$= \frac{1}{C_2 s}\left[V_x\left(\cancel{\frac{1}{R_3}} - \cancel{\frac{1}{R_3}} + C_2 s - \frac{R_4}{R_3 R_5}\right)\right] = \boxed{V_x\left(1 - \frac{R_4}{R_3 R_5 C_2 s}\right)}$$

$$\Rightarrow \boxed{i_{eq}} = \frac{V_x - V_{o2}}{R_1} = \frac{V_x}{R_1}\left(1 - 1 + \frac{R_4}{R_3 R_5 C_2 s}\right) = \boxed{\frac{R_4 V_x}{R_1 R_3 R_5 C_2 s}}$$

$$\Rightarrow Z_{eq} = \frac{V_x}{i_{eq}} = \frac{R_1 R_3 R_5 C_2}{R_4} s = L_{eq} \cdot s \; \Rightarrow \boxed{L_{eq} = \frac{R_1 R_3 R_5 C_2}{R_4}}$$

Com este resultado reduzimos o circuito ao amosado no esquemático. Mais a saída que buscamos é V_o, não V_x. Através de $\boxed{A} \Rightarrow V_o = V_x\left(1 + \frac{R_4}{R_5}\right)$. Recuperando o resultado do exercício 3 deste boletim, xa empregado no exercício anterior, para a função de transferência dum circuito RLC, temos:

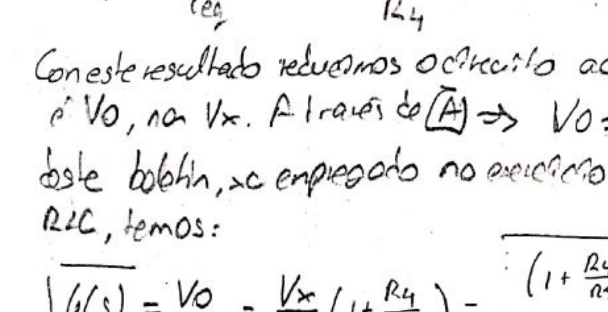
$$\boxed{G(s) = \frac{V_o}{V_i} = \frac{V_x}{V_i}\left(1 + \frac{R_4}{R_5}\right) = \frac{\left(1 + \frac{R_4}{R_5}\right)\frac{1}{CR}s}{s^2 + \frac{1}{CR}s + \frac{1}{LC}}} \qquad \text{sendo } L = \frac{R_1 R_3 R_5 C_2}{R_4}$$

$$w_0^2 = \frac{1}{LC} \Rightarrow \boxed{w_0 = \sqrt{\frac{R_4}{R_1 R_3 R_5 C_2 C}}}$$

$$\frac{w_0}{Q} = \frac{1}{CR} = \frac{1}{Q}\sqrt{\frac{R_4}{R_1 R_3 R_5 C_2 C}} \Rightarrow \boxed{Q = R\sqrt{\frac{R_4 C}{R_1 R_3 R_5 C_2}}}$$

$$H_0 \frac{w_0}{Q} = \left(1 + \frac{R_4}{R_5}\right)\frac{1}{CR} \Rightarrow \boxed{H_0 = 1 + \frac{R_4}{R_5}}$$

12) Que função implementa o circuito da figura? Identificar os seus parâmetros.



$$\boxed{A} \Rightarrow \frac{V_i - 0}{R_3} = \frac{0 - V_{o1}}{R_4} \Rightarrow \boxed{V_{o1} = -\frac{R_4}{R_3} V_i} \; \boxed{A}$$

$$\boxed{B} \Rightarrow \frac{V_{o1} - 0}{R_1} = \frac{0 - V_o}{R_1} + \frac{0 - V_{o2}}{1/cs} \Rightarrow \boxed{V_{o2} = -\frac{V_o + V_{o1}}{R_1 C s}} \; \boxed{B}$$

$$\boxed{C} \Rightarrow \frac{V_i - V_o}{1/cs} = \frac{V_o - V_{o2}}{R_2} + \frac{V_o - 0}{R_2}$$

$$\boxed{V_i cs = V_o\left(\frac{2}{R_2} + cs\right) - \frac{V_{o2}}{R_2}} \; \boxed{C}$$

Substituíndo $\boxed{B}$ e $\boxed{C}$:

$$V_i^o C S = V_o\left(\frac{2}{R_2} + CS\right) + \frac{1}{R_2}\frac{V_o + V_{o_1}}{R_1 C S} \underset{(A)}{\Downarrow} V_o\left(\frac{2}{R_2} + CS + \frac{1}{R_2 R_1 C S}\right) + \frac{1}{R_2 R_1 C S}\left(-\frac{R_4}{R_3} V_i^o\right)$$

$$\Rightarrow V_i^o\left(CS + \frac{R_4}{R_2 R_1 R_3 C S}\right) = V_o\left(CS + \frac{1}{R_2}\left(2 + \frac{1}{R_1 C S}\right)\right]$$

$$\boxed{G(s) = \frac{V_o}{V_i^o} = \frac{CS + \frac{R_4}{R_2 R_1 R_3 C S}}{CS + \frac{1}{R_1 R_2 C S}(2R_1 C S + 1)} = \frac{s^2 + \frac{R_4}{R_1 R_2 R_3 C^2}}{s^2 + \frac{2}{R_2 C}s + \frac{1}{R_1 R_2 C^2}}}$$ Notch

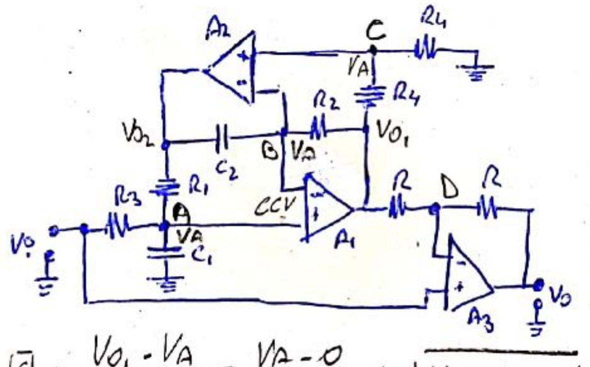
A función de trasferencia xeral dun Notch é $G(s) = R_2 \dfrac{s^2 + W_n^2}{s^2 + \frac{W_o}{Q}s + W_o^2}$

Neste caso, $W_o^2 = \dfrac{1}{R_1 R_2 C^2} \Rightarrow \boxed{W_o = \dfrac{1}{C}\sqrt{\dfrac{1}{R_1 R_2}}}$ $\boxed{W_n = \dfrac{1}{C}\sqrt{\dfrac{1}{R_1 R_2}}\sqrt{\dfrac{R_4}{R_3}} = W_o\sqrt{\dfrac{R_4}{R_3}}}$

$\dfrac{W_o}{Q} = \dfrac{2}{R_2 C} = \dfrac{1}{C}\sqrt{\dfrac{1}{R_1 R_2}}\dfrac{1}{Q} \Rightarrow \boxed{Q = \dfrac{1}{2}\sqrt{\dfrac{R_2}{R_1}}}$ $\boxed{R_2 = 1} \Rightarrow$ ganancia.

Será Notch pasa baixa se $W_n > W_o$ e pasa alta no contrario. A condición será pois:
$\dfrac{R_4}{R_3} > 1 \Rightarrow$ pasa alta. $\dfrac{R_4}{R_3} < 1 \Rightarrow$ pasa baixa.

$\boxed{13}$ Amosar que o circuito da figura implementa unha función banda eliminada. Especificar os valores dos compoñentes para eliminar unha frecuencia de 120Hz con Q=20. Amosar que se tomamos a saída do circuito na saída do amplificador A_1 entón implementamos un termo pasa banda (problema 11). Analizando o circuito observamos que estamos implementando un termo banda eliminada realizando a función $G(s)_{BS} = 1 - G(s)_{BP}$. Como teríamos que modificar o circuito para poder ser un termo pasa todo (all-pass) con ganancia 20dB? Demostremos primeiro que implementa un filtro Notch ou banda eliminada:



$\boxed{A} \Rightarrow \dfrac{V_i^o - V_A}{R_3} = \dfrac{V_A - V_{o_2}}{R_1} + \dfrac{V_A - 0}{1/C_1 S}$

$\boxed{\dfrac{V_i^o}{R_3} + \dfrac{V_{o_2}}{R_1} = V_A\left(\dfrac{1}{R_3} + \dfrac{1}{R_1} + C_1 S\right)}$ $\boxed{A}$

$\boxed{B} \Rightarrow \dfrac{V_{o_2} - V_A}{1/C_2 S} = \dfrac{V_A - V_{o_1}}{R_2} \Rightarrow \dfrac{V_{o_1}}{R_2} + V_{o_2} C_2 S = V_A\left(\dfrac{1}{R_2} + C_2 S\right)$

$\boxed{V_{o_1} + V_{o_2} R_2 C_2 S = V_A(1 + R_2 C_2 S)}$ $\boxed{B}$

$\boxed{C} \Rightarrow \dfrac{V_{o_1} - V_A}{\cancel{R_4}} = \dfrac{V_A - 0}{\cancel{R_4}} \Rightarrow \boxed{V_A = \dfrac{1}{2}V_{o_1}}$ $\boxed{C}$.

$\boxed{D} \Rightarrow \dfrac{V_{o_1} - V_i^o}{\cancel{R}} = \dfrac{V_i^o - V_o}{\cancel{R}} \Rightarrow \boxed{V_{o_1} = 2V_i^o - V_o}$ $\boxed{D}$.

Levando $\boxed{C}$ a $\boxed{B}$ $\Rightarrow V_{o_1}\left[1 - \frac{1}{2}(1 + R_2 C_2 S)\right] = -V_{o_2} R_2 C_2 S \Rightarrow \boxed{V_{o_2} = \dfrac{V_{o_1}}{2}\left(1 - \dfrac{1}{R_2 C_2 S}\right)}$ $\boxed{E}$

Substituíndo $\boxed{C}$ e $\boxed{E}$ en $\boxed{A}$:

$$\frac{V_i^o}{R_3} + \frac{1}{R_1}\frac{V_{o_1}}{2}\left(1 - \frac{1}{R_2 C_2 S}\right) = \frac{1}{2}V_{o_1}\left(\frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_1} + C_1 S\right) \Rightarrow \frac{V_i^o}{R_3} = \frac{V_{o_1}}{2}\left[\frac{1}{R_3} + \cancel{\frac{1}{R_1}} + C_1 S - \cancel{\frac{1}{R_1}} + \frac{1}{R_1 R_2 C_2 S}\right] \overset{\boxed{D}}{\Rightarrow}$$

$$\frac{V_i^o}{R_3} = \frac{2V_i^o - V_o}{2}\left(\frac{1}{R_3} + C_1 S + \frac{1}{R_1 R_2 C_2 S}\right) \Rightarrow V_i^o\left[\frac{1}{R_3} - \frac{1}{R_3} + C_1 S + \frac{1}{R_1 R_2 C_2 S}\right) = \frac{V_o}{2}\left[\frac{1}{R_3} + C_1 S + \frac{1}{R_1 R_2 C_2 S}\right]$$

$$\boxed{G(s) = \frac{V_O}{V_i}} = \frac{2\left[C_1 s + \frac{1}{R_1R_2C_2 s}\right]}{\frac{1}{R_3} + C_1 s + \frac{1}{R_1R_2C_2 s}} = 2\,\frac{s^2 + \frac{1}{R_1R_2C_1C_2}}{s^2 + \frac{1}{R_3C_1}s + \frac{1}{R_1R_2C_1C_2}}$$

Filtro Notch con $w_n = w_0 = \sqrt{\frac{1}{R_1R_2C_1C_2}}$

$q_2 = 2$

$$\frac{w_0}{Q} = \frac{1}{R_3C_1} = \frac{1}{Q}\sqrt{\frac{1}{R_1R_2C_1C_2}} \Rightarrow \boxed{Q = R_3\sqrt{\frac{C_1}{R_1R_2C_2}}}$$

Queremos eliminar unha frecuencia de 120 Hz ⇒ $w_0 = 120\,Hz$ con $Q = 20$.

$$\Rightarrow 120^2 = \frac{1}{R_1R_2C_1C_2} \qquad \frac{w_0}{Q} = \frac{120}{20} = \frac{1}{R_3C_1} \Rightarrow \boxed{6R_3C_1 = 1}$$

Escollendo $R_1 = R_2 = 10\,K\Omega$ e empregando $C_1 = C_2$:

$$120^2 = \frac{1}{10^8 C^2} \Rightarrow \boxed{C = \sqrt{\frac{1}{120^2 \cdot 10^8}} = 833'3\,nF}$$

$$\Rightarrow \boxed{R_3 = \frac{1}{6C} = 200\,K\Omega}$$

Amosemos agora como se comporta coa saída logo de A_1: Recuperando a expresión substituír Ⓒ e Ⓖ en Ⓐ:

$$\frac{V_i}{R_3} = \frac{V_{O_1}}{2}\left[\frac{1}{R_3} + C_1 s + \frac{1}{R_1R_2C_2 s}\right] \Rightarrow G(s)_{PB} = \frac{V_{O_1}}{V_i} = \frac{2}{R_3}\,\frac{1}{\frac{1}{R_3} + C_1 s + \frac{1}{R_1R_2C_2 s}}$$

$$\boxed{G(s)_{PB} = \frac{\frac{2}{R_3C_1}s}{s^2 + \frac{1}{R_3C_1}s + \frac{1}{R_1R_2C_1C_2}}}$$

Filtro paso banda con $\boxed{H_0 = 2}$, $w_0 = \sqrt{\frac{1}{R_1R_2C_1C_2}}$

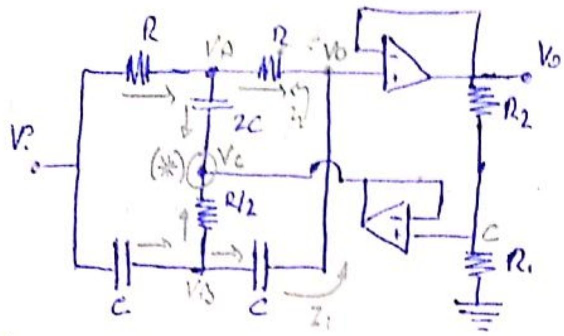
$$\frac{w_0}{Q} = \frac{1}{R_3C_1} \Rightarrow \boxed{Q = R_3\sqrt{\frac{C_1}{C_2R_1R_2}}}$$

Comprobemos agora que se cumpre $G(s)_{BS} = 1 - G(s)_{BP}$

$$1 - G(s)_{BP} = 1 - 2\,\frac{\frac{1}{R_3C_1}s}{s^2 + \frac{1}{R_3C_1}s + \frac{1}{R_1R_2C_1C_2}} = \frac{s^2 - \frac{1}{R_3C_1}s + \frac{1}{R_1R_2C_1C_2}}{s^2 + \frac{1}{R_3C_1}s + \frac{1}{R_1R_2C_1C_2}}$$

??? xa é un paso-todo.

Problema proposto filtros



(*) IMPORTANTE: Non se pode facer continuidade de correntes neste nó xa que está conectado coa saída do amplificador e descoñecemos a corrente que entra no amplificador.

Conecemos facendo continuidade de correntes no nó C:

$$\frac{V_0 - V_C}{R_2} = \frac{V_C - 0}{R_1} \Rightarrow V_C\left(\frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_2}\right) = \frac{V_0}{R_2}$$

$$\boxed{V_C = \frac{R_1}{R_1+R_2}V_0 = KV_0} \; \boxed{1} \text{ con } \boxed{K = \frac{R_1}{R_1+R_2}}$$

Solución:

$$G(s) = \frac{V_0}{V_i} = \frac{s^2 + \frac{1}{R^2C^2}}{s^2 + \frac{4(1-K)}{RC}s + \frac{1}{R^2C^2}}$$

$$K = \frac{R_1}{R_1+R_2}$$

→ Continuidade en $\boxed{A}$

$$\frac{V_i - V_A}{R} = \frac{V_A - V_0}{R} + \frac{V_A - V_C}{1/2CS} \Rightarrow \frac{V_0}{R} + \frac{V_i}{R} = V_A\left(\frac{2}{R} + 2CS\right) - V_C 2CS$$

$$\Rightarrow \boxed{V_0 + V_i = V_A(2 + 2CRS) - 2CRS\,V_C} \; \boxed{2}$$

→ Continuidade en $\boxed{B}$:

$$\frac{V_i - V_A}{1/CS} = \frac{V_B - V_C}{R/2} + \frac{V_B - V_0}{1/CS} \Rightarrow (V_0 + V_i)CS = V_B\left(2CS + \frac{2}{R}\right) - \frac{2}{R}V_C$$

$$\boxed{V_0 + V_i = V_B\left(2 + \frac{2}{CRS}\right) - \frac{2}{CRS}V_C} \; \boxed{3}$$

$$Z_1 = Z_2 \Rightarrow \frac{V_B - V_0}{1/CS} = \frac{V_0 - V_A}{R} \Rightarrow V_0\left(\frac{1}{R} + CS\right) = \frac{V_A}{R} + V_B CS$$

$$\boxed{V_0 = \frac{V_A/R + V_B CS}{\frac{1}{R} + CS} = \frac{V_A + V_B CRS}{1 + CRS}} \; \boxed{4}$$

$$\boxed{4} \longrightarrow \boxed{V_A = V_0(1 + CRS) - V_B CRS} \; \boxed{5}$$

$$\Rightarrow \boxed{2} \xrightarrow{\boxed{5}\,\boxed{1}} V_0 + V_i = \left[V_0(1+CRS) - V_B CRS\right](2 + 2CRS) - 2CRS\,KV_0$$

$$\boxed{V_0\left[1 + 2CRSK - 2(1+CRS)^2\right] + V_i = -2CRS(1+CRS)V_B} \; \boxed{6}$$

$$V_0\left(\frac{1 + 2CRSK - 2(1+CRS)^2}{C^2R^2s^2}\right) + \frac{V_i}{C^2R^2s^2} = -2\left(1 + \frac{1}{CRS}\right)V_B$$

$$\boxed{3} \longrightarrow -2V_B\left(1 + \frac{1}{CRS}\right) = -V_0 - V_i - \frac{2}{CRS}KV_0 = -V_i - V_0\left(1 + \frac{2K}{CRS}\right)$$

$$\Rightarrow V_0\left(\frac{1 + 2CRSK - 2(1+CRS)^2}{C^2R^2s^2}\right) + \frac{V_i}{C^2R^2s^2} = -V_i - V_0\left(1 + \frac{2K}{CRS}\right)$$

$$V_0\left[\frac{1 + 2CRSK - 2(1+CRS)^2 + C^2R^2s^2 + 2KCRS}{\cancel{C^2R^2s^2}}\right] + V_i\frac{1 + C^2R^2s^2}{\cancel{C^2R^2s^2}} = 0$$

$$V_o(1+4CRSK-C^2R^2S^2-4CRS-2)=-V_i^o(1+C^2R^2S^2)$$

$$\boxed{G(s)=\frac{V_o}{V_i^o}=-\frac{1+C^2R^2s^2}{-C^2R^2s^2-4CRs(1-K)-1}=\frac{s^2+1/C^2R^2}{s^2+\frac{4(1-K)}{CR}s+\frac{1}{C^2R^2}}}$$

Filtro Notch de ganancia unidade, con $\boxed{w_o=\frac{1}{CR}}$

e outro lado do resultado: $\frac{w_o}{Q}=\frac{4(1-K)}{CR}\Rightarrow\frac{1}{Q}=4(1-K)\Rightarrow Q=\frac{1}{4\left(1-\frac{R_1}{R_1+R_2}\right)}$.

$$\boxed{Q=\frac{1}{4\left(\frac{R_2}{R_1+R_2}\right)}=\frac{R_1+R_2}{4R_2}}$$